ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 4 AVRIL 1934.

PRÉSIDENCE DE M. Louis BOUVIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation nationale** adresse ampliation du décret, en date du 23 mars 1934, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Émile Schribaux** pour occuper dans la Section d'Économie rurale la place vacante par le décès de M. *A. Calmette*.

Il est donné lecture de ce décret.

NÉCROLOGIE. — *Notice sur M.* William Morris Davis, *Correspondant pour la Section de Géographie et Navigation*, par M. **Emm. de Margerie**.

Le professeur William Morris Davis, Correspondant de la Section de Géographie et Navigation depuis 1913, et décédé le 5 février dernier, était né à Philadelphie (Pennsylvanie) le 12 février 1850.

Après avoir pris part, à l'âge de 19 ans, à une expédition scientifique que le professeur J. D. Whitney dirigeait dans les Montagnes Rocheuses du Colorado, il conquérait, en 1870, le diplôme d'ingénieur des Mines à l'Université Harvard; la même année, il suivait l'astronome B. A. Gould, en qualité d'assistant, à l'Observatoire de Cordoba (République Argentine), poste qu'il conservait jusqu'en 1873. Bientôt après, sous l'influence du grand animateur que fut, à Cambridge, le géologue N. S. Shaler, Davis obtenait (1877) le titre d'instructeur dans la célèbre Université, où il devait gravir ensuite tous les échelons, jusqu'en 1912, date de sa mise à la retraite et de sa nomination de professeur honoraire.

C'est là que, pendant 35 ans, il a donné sa mesure, en se prodiguant dans

l'enseignement de la Géographie, sous toutes ses formes, et en inspirant un enthousiasme fécond à de nombreuses générations d'étudiants. L'influence de sa méthode et des doctrines auxquelles son nom demeure attaché a été considérable, non seulement aux États-Unis, où elle était rapidement devenue prépondérante, mais jusqu'en Europe, où Davis avait fait de fréquents voyages d'études, et où il fut même invité, à deux reprises, à donner une série de cours publics (Berlin, 1908-1909; Paris, 1911-1912).

Doué d'une puissance de dialectique remarquable, Davis était en même temps un dessinateur habile, et il a lui-même illustré la plupart des travaux émanant de sa plume de figures au trait dont la qualité apparaît comme absolument hors de pair. Voyageur infatigable, il profitait de toutes les occasions pour parcourir des régions nouvelles, et il en rapportait toujours des documents précieux. C'est ainsi qu'après l'Amérique méridionale, il explora successivement l'Inde, l'Égypte, l'Afrique du Sud, l'Asie Centrale (Mission Pumpelly, 1903), les plateaux de l'Arizona, les bassins fermés de l'Utah et du Nevada, et enfin la plupart des archipels du Pacifique, où il recueillit les éléments d'un Ouvrage capital sur les récifs coralliens (1928), dans lequel se trouvaient remises en honneur les vues de Darwin, et d'une captivante étude, publiée en France même, sur la Nouvelle-Calédonie.

Mais c'est dans l'analyse du modelé du sol que la personnalité de Davis a marqué son empreinte de la façon à la fois la plus originale et la plus profonde : adoptant les principes qui venaient d'être formulés avec éclat par ses compatriotes J. W. Powell et G. K. Gilbert, il partait de la notion du *niveau de base* pour s'élever jusqu'à la conception des *pénéplaines* et des *cycles d'érosion*, et en déduire les caractéristiques des phases successives qui répond à l'état actuel des diverses parties de la surface des Continents. Les trois termes qui lui servaient à résumer l'essentiel de son système : *structure, process, stage*, rappellent d'ailleurs, sur un autre plan, la formule fameuse dans laquelle Hippolyte Taine, quelque vingt ans plus tôt, avait cru pouvoir enfermer tous les éléments de l'Histoire humaine : *la race*, *le milieu*, *le moment*....

Quoi qu'il en soit de cette analogie, la méthode d'analyse de Davis a permis de classer pour la première fois les principaux accidents du relief terrestre, en leur assignant à chacun une place dans un cadre systématique nettement défini; elle a fourni un puissant moyen d'investigation pour reconstituer, dans un grand nombre de cas, l'évolution des surfaces émergées, évolution sur laquelle la Géologie stratigraphique, laissant le sol au moment où il sort du sein des eaux, restait nécessairement muette. Enfin,

et surtout, du point de vue philosophique — on l'a remarqué depuis longtemps —, elle représente « un progrès réel dans la compréhension de l'Univers, une substitution de plus à enregistrer du déterminisme rationnel à l'empirisme aveugle ».

Interprète sagace des cartes topographiques à grande échelle, Davis a, plus d'une fois, proposé des hypothèses explicatives sur des régions qu'il n'avait jamais vues, mais dont l'examen direct a, par la suite, démontré la justesse. Son Mémoire bien connu sur *La Seine, la Meuse et la Moselle*, publié dans les *Annales de Géographie* en 1895, peut être cité, dans ce genre, comme une réussite particulièrement brillante. Albert de Lapparent avait, aussitôt, mis son talent d'exposition au service de ces idées nouvelles, et l'on sait avec quel succès ce maître les a rendues familières aux lecteurs de ses *Leçons de Géographie physique*, après en avoir fait ressortir, ici même, le puissant intérêt.

A côté de ses fonctions universitaires, Davis avait été attaché, de 1890 à 1915, à l'*United States Geological Survey*. C'est comme collaborateur de ce grand Service qu'il a minutieusement étudié et décrit le fossé tectonique de la vallée du Connecticut et les failles multiples qui en découpent le remplissage. Il avait, en outre, appartenu au personnel du *Northern Transcontinental Survey*, en explorant, pour le compte d'une Compagnie de chemins de fer, la région du Haut Missouri (1903).

En dehors des problèmes géomorphologiques, sur lesquels les travaux de Davis ont projeté une si vive lumière, notre collègue s'intéressait particulièrement à la Météorologie, dont il a contribué plus que personne à développer l'enseignement aux États-Unis, allant jusqu'à exposer lui-même les principes de cette branche de la science dans un Traité (1894) qui est très vite devenu classique.

Retiré, à la fin de sa laborieuse et toujours active existence, à Pasadena (Californie), Davis était l'un des directeurs de l'*American Journal of Science*. On peut dire que, jusqu'au bout, il est resté sur la brèche, sa mort ayant suivi un refroidissement contracté au cours d'une série de conférences qu'il était venu donner à New York, en plein hiver, malgré ses 83 ans révolus.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Sur l'éclairage des routes.*
Note de M. L. Lecornu.

Pour faciliter la circulation nocturne sur certaines routes très fréquentées, on dispose maintenant, le long de ces routes, des fanaux dont chacun est constitué par une source de lumière et un miroir courbe qui renvoie vers le sol, en le répartissant convenablement, le faisceau des rayons réfléchis. Il s'agit de déterminer la position et la forme du miroir d'après l'effet que l'on veut obtenir. En se bornant au cas théorique d'une source ayant des dimensions négligeables vis-à-vis de sa distance au miroir, ce problème peut, quel que soit le faisceau, être résolu de la façon suivante.

Les rayons issus d'une source ponctuelle O sont toujours, après réflexion sur un miroir quelconque, normaux à une famille de surfaces parallèles S (surfaces d'ondes).

Choisissons le faisceau réfléchi de manière à réaliser l'éclairage désiré, compte tenu de la configuration de la route (tracé en plan, pente, profil en travers) et aussi de la nature de la chaussée ainsi que du voisinage d'autres fanaux. Ceci fait, chaque rayon détermine les coordonnées rectangulaires x_0, y_0 du point où il perce un plan horizontal situé, par exemple, au voisinage du sol. Les cosinus directeurs a, b, c du rayon, rapportés aux axes situés dans ce plan et à un axe vertical ascendant, sont fonctions des seules variables x_0, y_0. Soient, sur le même rayon, x, y, z les coordonnées de son point de rencontre avec l'une des surfaces (S). L'existence de (S) exige que l'on ait

$$a\,dx + b\,dy + c\,dz = 0.$$

Posons

$$x = x_0 + a\lambda, \qquad y = y_0 + b\lambda, \qquad z = c\lambda,$$

d'où

$$a\,dx_0 + b\,dy_0 + d\lambda = 0.$$

Ceci montre que $a\,dx_0 + b\,dy_0$ est la différentielle d'une fonction $-\lambda$, ce qui impose au faisceau l'unique condition $\partial a / \partial y_0 = \partial b / \partial x_0$.

Un calcul classique fait alors dépendre de deux quadratures la connaissance de λ, et par conséquent de la surface (S). Ce calcul fournit λ avec une constante additive permettant de choisir parmi toutes les surfaces d'ondes celles dont on veut se servir.

D'après le principe du retour inverse, le miroir doit être tel que les

rayons dirigés de bas en haut normalement à (S) aillent, après leur réflexion, concourir au point O.

Soit AB l'un de ces rayons, parti du point A de (S) et réfléchi en B par le miroir. Posons $OA = \rho$, $OB = r$, $AB = l$ et appelons h la projection de OA sur AB. Dans le triangle OAB, on a la relation

$$r^2 = \rho^2 + l^2 - 2lh$$

ou bien, en écrivant $r + l = R$,

$$2l(R - h) = R^2 - \rho^2, \tag{1}$$

On sait que la somme R demeure constante pendant que le triangle varie.

La surface (S) étant connue, on connaît également, pour chacun de ses points A, le vecteur ρ et la longueur h, laquelle ne diffère pas de la distance de l'origine O au plan tangent en A. On en déduit l et par conséquent B, ce qui détermine, par points, la surface du miroir. Ce calcul peut être remplacé par une construction géométrique sur laquelle je n'insiste pas. La constante R peut être particularisée de façon à faire passer le miroir par tel point que l'on veut.

Soit k la distance de l'origine au rayon AB. On a $\rho^2 = h^2 + k^2$, d'où

$$2l(R - h) = R^2 - h^2 - k^2. \tag{2}$$

Quand on substitue à (S) une surface parallèle (S'), située à la distance n de (S), les longueurs R, l, h éprouvent la variation n, tandis que k ne change pas et l'équation (2) n'est pas altérée. On vérifie ainsi que le miroir est indépendant du choix de (S).

Sur (S), les lignes $\rho = \text{const.}$, $h = \text{const.}$ dessinent un réseau formé par les traces des sphères de centre O et par les courbes de contact des développables circonscrites à (S) et à ces sphères. Les variables ρ, h constituent ainsi, pour (S), un système de coordonnées curvilignes. Pour le miroir, il y a une troisième coordonnée, l, liée aux deux autres par l'équation (1).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Étude locale d'une surface et de certaines intégrales*. Note [1] de M. ÉMILE COTTON.

M. Gustave Dumas a signalé un polyèdre convexe généralisant, pour les surfaces, le polygone de Newton de la théorie des courbes planes [2]. Il l'a

---

[1] Séance du 16 mars 1934.

[2] *Congrès des Mathématiciens*, 1928, Bologne (*Atti*, 4, p. 419).

utilisé dans la recherche de représentations paramétriques holomorphes d'une surface au voisinage d'un de ses points. Dans cette Note, après avoir montré qu'une question simple amène à considérer ce polyèdre N, j'applique des représentations analogues à celles de M. Dumas à l'étude de certaines intégrales dépendant d'un paramètre.

1. Soit $f(x, y, z) = \Sigma A_{abc} x^a y^b z^c$ une série entière, convergente pour $|x|$, $|y|$, $|z|$ assez petits, où manquent le terme constant et quelques-uns des termes de moindre degré; étudions *l'ordre infinitésimal de*

$$\varphi(u) = f[x_1 u^\alpha, y_1 u^\beta, z_1 u^\gamma],$$

x_1, y_1, z_1 sont des constantes, u l'infiniment petit principal, α, β, γ des nombres positifs ou nuls.

Appelons ε le point de coordonnées α, β, γ; considérons aussi a, b, c comme les coordonnées d'un point rapporté aux mêmes axes restangulaires, mais ne conservons parmi ces derniers points que ceux, E, auxquels correspondent des coefficients A_{abc} différents de zéro. Le produit $x^a y^b z^c$ donne dans $\varphi(u)$ un terme dont l'ordre $a\alpha + b\beta + c\gamma$ est le produit scalaire des deux vecteurs OE, Oε. On en conclut aisément que les termes d'ordre minimum de $\varphi(u)$ doivent être cherchés en considérant d'abord les points E situés sur une surface polyédrale convexe : c'est le polyèdre N.

Lorsque à ε donné correspond ainsi un seul sommet de N l'ordre infinitésimal de φ est bien égal au produit scalaire OE.Oε. Mais il se peut que plusieurs points E donnent le produit scalaire minimum; ils sont alors répartis soit sur une face, soit sur une arête de N; l'ensemble des termes de f correspondant à ces points forme en général un polynome $F(x, y, z)$. Si $F(x_1, y_1, z_1) = 0$, l'ordre de $\varphi(u)$ est supérieur au produit minimum.

2. Les surfaces auxiliaires $F(x, y, z) = 0$ admettent un groupe continu. Il est à un paramètre, λ, dans le cas d'une face :

$$x = x_1 \lambda^\alpha, \qquad y = y_1 \lambda^\beta, \qquad z = z_1 \lambda^\gamma; \tag{1}$$

α, β, γ entiers positifs premiers entre eux dans leur ensemble sont les coordonnées d'un point ε situé sur la normale menée par l'origine des axes Oa, Ob, Oc à la face considérée de N.

Pour une arête, le groupe est à deux paramètres λ, μ,

$$x = x_1 \lambda^{\alpha_1} \mu^{\alpha_2}, \qquad y = y_1 \lambda^{\beta_1} \mu^{\beta_2}, \qquad z = z_1 \lambda^{\gamma_1} \mu^{\gamma_2}, \tag{2}$$

α_1, β_1, γ_1, et α_2, β_2, γ_2 sont les coordonnées des points ε_1, ε_2 correspondant aux deux faces de N contiguës à l'arête.

Ces groupes conduisent à des *représentations paramétriques*. Considérant d'abord les surfaces auxiliaires $F=0$, on prend, pour une face de N, $z_1=1$, $x_1=\xi$; $y_1=\eta$ est déterminé en fonction de ξ par $F(\xi, \eta, 1)$. Dans le cas d'une arête, on fait $x_1=z_1=1$; $y_1=Y$ est racine de l'équation $F(1, Y, 1)=0$.

Passant ensuite à la surface analytique, on remplace dans son équation $f=0$, x et z par les expressions que nous venons d'indiquer, et y par $(\eta+\varphi)\lambda^\beta$ ou $(Y+\psi)\lambda^{\beta_1}\mu^{\beta_2}$ suivant qu'il s'agit d'une face ou d'une arête de N. Admettons que F n'ait pas de facteur multiple, le théorème d'existence des fonctions implicites donne φ en fonction de λ et de ξ lorsque $|\lambda|$ est assez petit et que ξ, η sont voisins de ξ_0, η_0 valeurs finies, coordonnées d'un point simple de $F(\xi, \eta, 1)=0$, à tangente non parallèle à $\xi=0$.

Le même théorème donne pour ψ une série entière $\psi(\lambda, \mu)$, $[\psi(0, 0)=0]$; on suppose Y racine simple de l'équation $F(1, Y, 1)=0$.

Les représentations paramétriques de $f=0$,

$$(3)\qquad x=\xi\lambda^\alpha,\qquad y=[\eta(\xi)+\varphi(\lambda, \xi)]\lambda^\beta,\qquad z=\lambda^\gamma,$$

$$(4)\qquad x=\lambda^{\alpha_1}\mu^{\alpha_2},\qquad y=[Y+\psi(\lambda, \mu)]\lambda^{\beta_1}\mu^{\beta_2},\qquad z=\lambda^{\gamma_1}\mu^{\gamma_2},$$

établissent une correspondance entre cette surface analytique et l'une des surfaces auxiliaires; les points correspondants sont sur une même parallèle à l'axe Oy.

3. *Nous regardons désormais z comme donné (de module assez petit) et faisons varier dans son plan le point représentatif de la variable complexe x.*

Rangeons par ordre de grandeur croissante les quotients α/γ des coordonnées α et γ des points ε correspondant aux diverses faces de N; soit q_1, q_2, q_3, ... la suite obtenue. A tout nombre positif q_h de cette suite adjoignons deux nombres positifs m_h, M_h, le premier inférieur, le second supérieur aux modules des abscisses non nulles des *points exceptionnels* de $F(\xi, \eta, 1)=0$ (c'est-à-dire des points multiples, de ceux à tangente parallèle à $\xi=0$). Traçons les circonférences

$$c\quad |x|=r,\qquad C_1\quad |x|=M_1|z|^{q_1},\qquad c_1\quad |x|=m_1|z|^{q_1},\qquad C_2\quad |x|=M_2|z|^{q_2},$$

leurs rayons, pour $|z|$ petit, forment une suite décroissante.

A chaque face de N correspond un anneau limité par deux de ces circonférences; il en est de même pour chaque arête, mais les nombres q sont égaux dans le premier cas et différents dans le second. Dans l'anneau, relatif à une face, de frontières C_h, c_h isolons les points exceptionnels par des circonférences σ ayant pour centres ces points pour rayon

commun $e|z|^{q_h}$, e, positif, est assez petit pour que ces circonférences ne se coupent pas et soient intérieures à l'anneau. Les anneaux relatifs aux arêtes ne contiennent pas de circonférences σ.

4. Soit L un chemin tracé dans le plan x à l'intérieur de c, partant du point $x=r$ et y revenant, ne rencontrant pas les circonférences σ. Nous pouvons suivre par continuité le long de L la fonction implicite $y(x, z)$ vérifiant $f=0$, et dont la détermination au point $x=r$ a été préalablement choisie.

Remplaçons y par cette fonction implicite dans une série entière $g(x, y, z)$ convergente pour $(x) \leq r$, $|y|$ et $|z|$ voisins de zéro ; considérons l'intégrale $I=\int_L g(x, y, z)\,dx$, faisons varier ensuite la valeur attribuée à z, en supposant que L se modifie d'une façon continue avec z sans jamais rencontrer les circonférences σ; cette intégrale abéloïde est d'une fonction de z, $I(z)$. Pour l'étudier, fractionnons le chemin L en arcs l intérieurs aux différents anneaux ; les extrémités de ces arcs situées sur les circonférences C_h, c_h peuvent être amenées aux points $M_h z^{q_h}$, $m_h z^{q_h}$; examinons les intégrales partielles correspondant aux divers arcs l.

Si l'anneau contenant l correspond à une face de N on utilise la représentation (3) ; la nouvelle variable d'intégration est ξ et l'on voit facilement que l'intégrale est une série entière en $\lambda=z^{1/\gamma}$. Il en est ainsi notamment des périodes locales relatives aux cycles intérieurs à l'anneau.

Pour un anneau d'arête, les formules (4) transforment $g(x, y, z)$ en une série entière $G(\lambda, \mu)$; mais λ et μ vérifient une relation exprimant que z est constant. Traduisons-la en prenant un nouveau paramètre u et une nouvelle variable d'intégration θ donnés par $\lambda=(u\theta)^{\gamma_2}$, $\mu=(u/\theta)^{\gamma_1}$, d'où $z=u^{2\gamma_1\gamma_2}$, $x=u^{\alpha_1\gamma_2+\alpha_2\gamma_1}\,\theta^{\alpha_1\gamma_2-\alpha_2\gamma_1}$; $G\,dx$ devient le produit par $d\theta$ d'une série normalement convergente (au sens de Baire). Son intégration terme à terme donne à l'intégrale partielle la forme $\varphi(u)+\psi(u)\log u$, φ et ψ séries entières en $u=z^{1/2\gamma_1\gamma_2}$.

En définitive, *les intégrales* $I(z)$ *ont une représentation régulière de Fuchs, où* $\log z$ *figure linéairement les racines de l'équation déterminante sont des nombres rationnels que le polyèdre* N *donne facilement.*

NOMINATIONS.

M. C. **Barrois** est désigné pour représenter l'Académie à la célébration du Centenaire de l'*Edinburgh Geological Society*, les 3 et 4 septembre 1934.

M. M. **Gignoux** est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration du monument qui sera élevé à la mémoire de Pierre Termier, le jeudi 27 septembre 1934, à Briançon.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Jean Aubert : *Un Nouveau système de Barrage mobile* et *Nouveaux barrages à hausses*. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

GÉOMÉTRIE. — *Sur les congruences de cercles qui ont deux diamètres focaux.* Note [1] de M. **René Lagrange**, transmise par M. Elie Cartan.

Dans une Note récente [2], nous avons énoncé certaines propriétés intéressantes de ces congruences, que j'appelais congruences $\mathcal{D}$. Voici quelques nouvelles observations, pour lesquelles les notations de la première Note sont conservées.

Théorème I. — *Si un cercle engendre une congruence $\mathcal{D}$, tout cercle concentrique et coplanaire jouit de la même propriété, pourvu que l'aire comprise entre les deux cercles soit constante.*

Théorème II. — *Si un cercle* Γ *de rayon* ρ *engendre une congruence* $\mathcal{D}$, *un cercle* Γ_1 *concentrique, égal et invariablement lié* [3] *à* Γ *possède la même*

---

[1] Séance du 26 mars 1934.

[2] *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 788-790.

[3] C'est-à-dire faisant un angle constant avec Γ.

propriété, pourvu que le déterminant fonctionnel de ρ et de l'azimut du plan des deux axes autour de Δ soit une fonction déterminée des deux paramètres de la congruence.

On en conclut que, si ρ est constant, Γ_1 est indéterminé (c'est le cas où le lieu des centres est une courbe), ou inexistant (si Γ engendre une congruence de Ribaucour). Si ρ est variable, et si l'on connaît une solution $\overline{\Gamma}_1$, toutes les autres solutions Γ_1 sont telles que l'angle $\Delta(\overline{\Delta}_1, \Delta_1)$ soit une fonction de ρ, d'ailleurs quelconque. En particulier, *tout cercle concentrique, égal et invariablement lié au couple* Γ, $\overline{\Gamma}_1$ *engendre également une congruence* $\mathfrak{D}$.

Dans un ordre d'idées analogue, on peut rechercher les déplacements à 2 paramètres par lesquels un système invariable formé par 2 cercles engendre 2 congruences $\mathfrak{D}$. Soient O, O' les centres des 2 cercles Γ, Γ', l la longueur constante OO', α l'angle constant de OO' avec Δ'. Si O et O' décrivent 2 courbes, Γ et Γ' engendrent nécessairement 2 congruences $\mathfrak{D}$, et il suffit d'assurer l'invariance de OO'. Si O décrit une courbe C, et O' une surface S', il faut et il suffit que S' soit parallèle, à la distance $\pm l \cos\alpha$, à une surface orthogonale aux sphères centrées sur C et de rayon $l \sin\alpha$; à un même point O de C correspond une ligne de courbure de S'. Enfin si O et O' décrivent 2 surfaces S et S', la correspondance entre O et O' est une transformation de Bäcklund, dont la théorie des congruences $\mathfrak{D}$ fournit ainsi une interprétation intéressante. On sait que S et S' ont leurs courbures principales en involution et que leurs lignes de courbure se correspondent.

La recherche des congruences $\mathfrak{D}$ dont on se donne la congruence des axes Δ revient à déterminer le centre de Γ et son rayon ρ. Si l'on associe au point focal A de Δ, situé à distance finie ou infinie, la sphère (ou plan) Σ de centre A et passant par Γ, on constate que *lorsque* Δ *enveloppe l'arête de rebroussement décrite par l'autre point focal, le plan (ou droite) caractéristique de* Σ *passe par le centre de* Γ. Dans le cas général, il suffit donc de déterminer cette sphère, dont le carré du rayon est solution d'une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre. Cependant, dans certains cas particuliers, par exemple lorsque Δ possède un point focal à l'infini, ou un point focal double décrivant une courbe, la détermination de Γ relève des résolutions successives de deux équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre. Signalons le mode de construction des congruences $\mathfrak{D}$ dont les axes ont un point focal double à l'infini, ou, ce qui est

équivalent, celles dont le plan du cercle dépend d'un seul paramètre. Dans le plan osculateur au point M d'une courbe arbitraire C, considérons un cercle W de centre M et une parabole P de foyer M et dont l'axe est la tangente à C, ainsi que les cercles Γ construits sur les cordes de W qui sont tangentes à P, prises comme diamètres. Il n'y a plus qu'à faire varier arbitrairement le rayon de W et le paramètre de P quand M parcourt C.

Nous avons énoncé ([1]) une propriété intéressante des congruences $\mathcal{D}$ dont les normales focales aux extrémités d'un diamètre concourent en un point focal A de l'axe. Si A décrit une courbe C on obtient ces congruences à l'aide d'une famille quelconque à un paramètre de sphères Σ centrées sur C, en traçant sur chaque sphère Σ une famille de cercles Γ dont les centres décrivent un cercle coplanaire et concentrique au cercle caractéristique de Σ. Si A décrit une surface S, ou bien la congruence $\mathcal{D}$ est une congruence de Ribaucour associée à une développante de S, dans quel cas les axes Δ enveloppent sur S une famille de géodésiques, ou bien ceux-ci enveloppent une famille de courbes $y = \text{const.}$ telles que le ds^2 de S, rapporté à ces courbes et à leurs trajectoires orthogonales, soit de la forme

$$ds^2 = \frac{dx^2}{x-y} + G(x, y)\, dy^2;$$

le rayon ρ de ρ est alors égal à $2\sqrt{y}$ et son centre est le point

$$A - 2(x-y)\frac{\partial \overrightarrow{A}}{\partial x}.$$

On est ainsi conduit à résoudre un système complet de deux équations linéaires aux dérivées partielles du troisième ordre.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les transformations des surfaces.*
Note ([2]) de M. A. Delgleize, transmise par M. E. Cartan.

Soit S une surface isothermique rapportée à ses lignes de courbure, la première forme fondamentale étant

$$ds^2 = e^{2\theta}(du^2 + dv^2).$$

([1]) *Loc. cit.*
([2]) Séance du 26 mars 1934.

Chaque transformation D_m de S est définie par cinq fonctions λ, μ, w, φ, σ, solutions d'un système d'équations aux dérivées partielles. Conformément aux résultats obtenus par C. Guichard [1], on sait qu'à toute D_m de S on peut associer une surface isothermique $\overline{S}$. L'élément linéaire de $\overline{S}$ sera

$$ds^2 = \frac{e^{2\theta}}{\varphi^2}(du^2 + dv^2);$$

les rayons de courbure principaux ρ_1, ρ_2 étant définis par

$$(1) \qquad \frac{1}{\rho_1} = w - \frac{\varphi}{r_1}, \qquad \frac{1}{\rho_2} = w - \frac{\varphi}{r_2},$$

où r_1, r_2 sont les rayons de courbure principaux de S. Cette transformation des surfaces isothermiques est appelée, par L. Bianchi, la T_m associée à la D_m.

Soient

$$ds^2 = H_1^2\,du^2 + H_2^2\,dv^2, \qquad ds'^2 = h_1^2\,du^2 + h_2^2\,dv^2$$

la première forme fondamentale et l'élément linéaire sphérique d'une surface Σ rapportée à ses lignes de courbure. Considérons une surface Σ', transformée R de Σ, définie par les fonctions λ, μ, w, φ, solutions du système

$$\frac{\partial\lambda}{\partial v} = \frac{1}{H_1}\frac{\partial H_2}{\partial u}\mu, \qquad \frac{\partial\mu}{\partial u} = \frac{1}{H_2}\frac{\partial H_1}{\partial v}\lambda,$$
$$\frac{\partial w}{\partial u} = h_1\lambda, \qquad \frac{\partial w}{\partial v} = h_2\mu,$$
$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = H_1\lambda, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial v} = H_2\mu.$$

Ceci posé, nous allons rechercher si l'on peut déterminer une surface $\overline{\Sigma}$ d'élément linéaire

$$(2) \qquad ds^2 = \frac{1}{\varphi^2}(H_1^2\,du^2 + H_2^2\,dv^2),$$

les rayons de courbure principaux de $\overline{\Sigma}$ étant définis par

$$\frac{1}{\rho_1} = aw + b\varphi\frac{h_2}{H_2}, \qquad \frac{1}{\rho_2} = aw + b\varphi\frac{h_1}{H_1},$$

où a et b sont des constantes. La transformation T_m sera donc un cas particulier de la transformation que nous considérons.

[1] C. Guichard, *Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, **20**, 1903, p. 75. Voir aussi A. Demoulin, *Comptes rendus*, **141**, 1905, p. 459, et L. Bianchi, *Annali di Matematica*, 3e série, **12**, 1906, p. 22.

Pour que les équations de Codazzi relatives à la forme différentielle (2) soient vérifiées il faut et il suffit que l'on ait $a+b=0$; en outre l'équation de Gauss se réduit à

$$\frac{1}{\rho_1\rho_2}(a^2-1)+\frac{a^2}{2}A\left(\frac{H'_1}{H_1}+\frac{H'_2}{H_2}\right)=0, \tag{3}$$

où $H_1'^2$, $H_2'^2$ sont les coefficients de l'élément linéaire de la surface Σ' et

$$A=\lambda^2+\mu^2+\varpi^2.$$

Lorsque a est égal à ± 1, l'équation précédente est vérifiée si l'on a

$$H'_1 H_2+H'_2 H_1=0.$$

Les deux surfaces Σ, Σ' sont en représentation conforme et l'on sait que, dans ce cas, les deux surfaces sont isothermiques. Donc *la condition nécessaire et suffisante pour que les rayons de courbure principaux de la transformée soient définis par* (1) *est que les surfaces* Σ *et* Σ' *soient des surfaces isothermiques transformées* R *l'une de l'autre.*

Si l'on peut déterminer, pour une surface Σ, des fonctions λ, μ, ϖ, φ telles que la relation (3) soit vérifiée; les fonctions λ' μ', ϖ', φ' de la transformation inverse seront solutions de l'équation, analogue à (3), calculée pour la surface Σ'. De plus, si a^2-1 est différent de zéro, les deux surfaces $\overline{\Sigma}$ et $\overline{\Sigma}'$ seront deux surfaces de Guichard associées. Si les deux surfaces Σ, Σ' sont elles-mêmes des surfaces de Guichard transformées R l'une de l'autre nous obtenons le théorème de M. A. Demoulin [1].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un système d'équations à une infinité d'inconnues.* Note [2] de M. **M. Ghermanesco**, présentée par M. Hadamard.

Je dis qu'une fonction entière $g(x)$ est du type exponentiel $q(x^p)$, avec p entier et positif, lorsque

$$|g(x)|<|P_p(x)|e^{(q+\varepsilon)|x|}, \tag{1}$$

$$\limsup_{n=\infty}|g^{(n)}(x)|^{\frac{1}{n}}=q, \tag{2}$$

---

[1] *Bull. de l'Acad. de Belgique*, Classe des Sciences, 5, 1919, p. 357.

[2] Séance du 26 mars 1934.

$P_p(x)$ étant un polynome du $p^{\text{ième}}$ degré en x, q, ε étant des constantes positives, et les relations (1), (2) ayant lieu quel que soit x.

A toute fonction entière $g(x)$, ayant un développement de la forme

$$g(x)=\sum_0^\infty g_n \frac{x^n}{n!}, \tag{3}$$

se rattache la fonction

$$\mathfrak{P}(g)=\sum_0^\infty \frac{g_n}{z^{n+1}} \tag{4}$$

valable pour $|z|>q$. Cette fonction a été considérée pour la première fois, je crois, en liaison avec une fonction entière, par M. S. Pincherle, qui en a donné quelques propriétés ([1]), aussi je crois devoir la désigner sous le nom de *fonction adjointe de Pincherle* d'une fonction entière.

La fonction $\mathfrak{P}(g)$ peut avoir des singularités de différentes natures : nous dirons que $g(x)$ est une fonction *entière* (m) lorsque la fonction $\mathfrak{P}(g)$ correspondante est *méromorphe*, à pôles isolés, ou qu'elle est *entière* (s) lorsque $\mathfrak{P}(g)$ possède d'autres singularités que des pôles isolés.

Il est évident, puisque $\mathfrak{P}(g)$ est régulière pour $|z|>q$, que les pôles de $\mathfrak{P}(g)$, lorsqu'elle est méromorphe, se trouvent à l'intérieur ou même sur le cercle de rayon q, ayant son centre à l'origine. Ils sont donc bornés dans ce cas et $\leqq q$ en module.

Cela étant, on a la proposition suivante :

Théorème. — *Une fonction entière* (m), *fonction du type exponentiel* $q(x^p)$, $p+1$ *étant le plus grand des ordres de multiplicité des pôles de la fonction adjointe* $\mathfrak{P}(g)$, *admet aussi un développement unique en série uniformément convergente de la forme*

$$g(x)=\sum_1^\infty (c_{n0}+c_{n1}x+c_{n2}x^2+\ldots+c_{np}x^p)e^{\xi_n x}. \tag{5}$$

En effet, l'identification des deux développements (3) et (5) de la même fonction $g(x)$ nous conduit au système suivant d'équations en nombre infini, pour déterminer les inconnues ξ_n, c_{nk},

$$\sum_1^\infty c_{n0}\xi_n^k + k\sum_1^\infty c_{n1}\xi_n^{k-1} + k(k-1)\sum_1^\infty c_{n2}\xi_n^{k-2} + \ldots + \frac{k!}{(k-p)!}\sum_1^\infty c_{np}\xi_n^{k-p} = g_k \tag{6}$$

$$(n, k = 0, 1, 2, \ldots).$$

([1]) S. Pincherle, *Mem. della R. Accad. dell'Ist. di Bologna*, 4e série, **9**, 1888, p. 45-71, reproduit dans les *Acta mathematica*, **48**, 1926, p. 279-304.

Appelons *solution régulière* du système (6) tout système de nombres bornés, réels ou complexes, rendant absolument convergentes les séries du premier membre et satisfaisant à ce système d'équations en nombre infini. Nous allons voir que ce système admet une solution régulière unique lorsque $g(x)$ est entière (m). En effet, multiplions la $k^{\text{ième}}$ équation du système (6) par z^{-k-1} et ajoutons les résultats obtenus en donnant à k les valeurs successives $k = 0, 1, 2, \ldots$, membre à membre : on a d'abord, si $|z|$ est supérieur à tous les ξ_n,

$$\sum_{k=s+1}^{\infty} k(k-1)\ldots(k-s)\frac{\xi_n^{k-s-1}}{z^{k+1}} = \frac{(s+1)!}{(z-\xi_n)^{s+2}} \qquad (s = 0, 1, 2, \ldots),$$

de sorte qu'on obtient la relation

$$(7) \qquad \sum_1^{\infty}\frac{c_{n0}}{z-\xi_n} + 1!\sum_1^{\infty}\frac{c_{n1}}{(z-\xi_n)^2} + \ldots + p!\sum_1^{\infty}\frac{c_{np}}{(z-\xi_n)^{p+1}} = \mathfrak{L}(g).$$

Comme $\mathfrak{L}(g)$ est supposée être méromorphe, ayant des pôles isolés, il s'ensuit, d'après le premier membre de (7), que ces pôles ont le nombre $(p+1)$ pour le plus grand ordre de multiplicité. Des théorèmes connus, on déduit que le développement (7) de $\mathfrak{L}(g)$ est unique, et donc on en tire la même conclusion pour le développement (5).

On peut à la rigueur raisonner comme l'a fait M. G. Calugareano [1] dans un cas particulier analogue, pour arriver à la même conclusion. Enfin le théorème bien connu de Mittag-Leffler achève la détermination des inconnues ξ_n, c_{nk}.

La fonction $g(x)$, donnée par le développement (5), est bien du type exponnentiel $q(x^p)$, car, en désignant par c_k les sommes des séries absolument convergentes $\sum_{n=1}^{\infty}|c_{nk}|$, on a, avec $|\xi_n| \leqq q$,

$$|g(x)| < (c_0 + c_1|x| + c_2|x|^2 + \ldots + c_p|x|^p)\,e^{(q+\varepsilon)|x|} \qquad (\varepsilon > 0).$$

La démonstration du théorème précédent en fait aussi ressortir un autre, remarquable par soi-même :

Théorème. — *Le système d'équations en nombre infini* (6) *admet une solution régulière unique lorsque la fonction* $\mathfrak{L}(g)$, *donnée par* (4), *est méromorphe, ayant des pôles isolés du* $(p+1)^{\text{ième}}$ *ordre de multiplicité au plus, avec* $g_n \sim q^n$.

---

[1] G. Calugareano, *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 596.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques problèmes difficiles de la théorie des fonctions*. Note (¹) de M. N. **Lusin**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Les énoncés des problèmes*. — Nous prendrons comme type de ces problèmes les énoncés suivants :

I. *Étant donné un ensemble* H *non dénombrable, démontrer l'existence d'une fonction f définie sur* H *et ne pouvant pas être complétée de manière à obtenir une fonction de Baire.*

II. *Étant donné un ensemble* H *non dénombrable, démontrer l'existence de deux parties de* H *non séparables* B.

III. *Étant donné un complémentaire analytique* H, *démontrer l'existence d'une partie de* H *qui n'est pas un complémentaire analytique.*

IV. *Étant donné un complémentaire analytique* H, *déterminer deux complémentaires analytiques* H_1 *et* H_2, *faisant partie de* H *et sans point commun qui ne sont pas séparables* B, et les autres de la même nature. Il importe de remarquer que la plupart de ces problèmes admettent une solution précise provenant de la méthode de descente indéfinie (²) et ne paraissent pas être attaquables sur une autre voie. Même les raisonnements zermelistes et l'hypothèse du continu étudiée par M. Sierpinski et son école ne nous permettent pas de résoudre les problèmes II et IV, si nous ne faisons pas l'hypothèse supplémentaire sur l'existence d'un ensemble parfait P appartenant à H. Quant aux problèmes I et III, l'hypothèse du continu permet de les résoudre en affirmative, mais les raisonnements zermelistes seuls ne suffisent nullement.

Néanmoins, la plupart de ces problèmes deviennent accessibles par la méthode de descente indéfinie. Voici, par exemple, une solution incomplète, mais fort intéressante que M. P. Novikoff à donné au problème IV.

Appelons, suivant M. Arnaud Denjoy, *mince* (au sens descriptif) tout ensemble de points qui ne contient pas un ensemble parfait. La solution dont il s'agit est maintenant la suivante : *on peut ajouter à l'ensemble* H *donné un complémentaire analytique* H′ *de manière que la réunion obtenue* H + H′ *admette une solution positive du problème IV.*

2. *Les problèmes I et II.* — Examinons maintenant ces problèmes au

(¹) Séance du 26 mars 1934.

(²) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 3.

point de vue de la méthode de descente indéfinie. Décomposons l'ensemble donné H en une infinité non dénombrable de parties non dénombrables

$$H_0, \quad H_1, \quad H_2, \quad \ldots, \quad H_\omega, \quad \ldots, \quad H_\alpha, \quad \ldots; \quad \Omega,$$

numérotées au moyen des nombres finis et transfinis de seconde classe. Nous faisons correspondre à H_α un ensemble plan E_α mesurable B tel qu'on obtient tous les ensembles linéaires mesurables B et de classe $< \alpha$ en coupant E_α par des droites $x = x_0$ convenablement choisies. Or, E_α et son complémentaire CE_α ne sont pas mutuellement enchevêtrés ([1]). Donc, il existe une décomposition $H_\alpha = H'_\alpha + H''_\alpha$ telle que H'_α et H''_α ne sont séparables par aucun couple d'ensembles mesurables B de classe $< \alpha$. Il en résulte que les ensembles $H' = \Sigma H'_\alpha$ et $H'' = \Sigma H''_\alpha$ nous donnent une décomposition de H en deux parties *non séparables* B. C'est une solution du problème II. Or la fonction f, égale à 0 sur H' et à 1 sur H'', nous donne manifestement une solution du problème I ([2]).

3. *Le continu relativiste.* — Les considérations précédentes sont étroitement liées aux réflexions générales qu'on peut faire relativement à la nature de nos connaissances sur le continu. Suivant les idées de M. Émile Borel ces connaissances n'excèdent guère la remarque suivante : *la puissance du continu n'est pas dénombrable.* A ce point de vue le continu classique ne diffère guère d'un ensemble non dénombrable quelconque. Il est vrai que le continu classique est un ensemble *fermé*; mais dire qu'un ensemble non dénombrable est fermé, c'est ne rien dire, puisque cette fermeture n'est que la réunion de *tous* les éléments qu'on peut inventer ultérieurement. Au point de vue du continu effectiviste la fermeture du continu classique n'est qu'illusoire, ainsi que le *Vollständigkeitsaxiom* de M. Hilbert et les définitions non prédicatives signalées par Poincaré. On a ici une incessable réunion d'éléments nouveaux : à ce point de vue le continu classique est toujours ouvert.

Ces réflexions générales nous imposent le problème précis suivant :

Étant donné un ensemble H *non dénombrable, reconnaître s'il existe une partie* H′ *de* H *qui est* RELATIVEMENT A H *un ensemble : mesurable* B *et précisément de classe* α, *ou bien analytique, ou bien projectif.*

Dans le premier cas il s'agit d'une partie H′ de H séparable de H — H′ au moyen d'un ensemble E meurable B *au sens absolu* et de classe α, cette

([1]) *Loc. cit.*

([2]) M. P. Novikoff m'a communiqué qu'il est sûr d'arriver à résoudre les problèmes I et II au cours de ses essais sur le problème IV; sa méthode m'est inconnue.

classe α ne pouvant pas être abaissée. L'existence des ensembles et des fonctions de *toutes* les classes est démontrée dans le cas du continu classique. Elle présente des vives difficultés dans la théorie relativiste.

Les recherches de ce genre ne sont pas artificielles puisqu'elles présentent le développement naturel des idées dans la direction ouverte par les travaux de Baire, Borel, Lebesgue et Ch. de la Vallée Poussin.

ASTROPHYSIQUE. — *Courbe de lumière de l'étoile GO Cygni et éléments du système double.* Note [1] de M. **S. P. Liau**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. Les variations de l'étoile GO Cygni, connues depuis 1928 [2], ont été étudiées jusqu'ici par la méthode des degrés, visuellement ou par photographie. J'ai cherché à tracer d'une manière plus précise sa courbe de lumière photographique.

Les clichés sont pris au foyer de l'objectif Zeiss de 17^{cm} d'ouverture et 120^{cm} de focale de l'Observatoire de Lyon. Ils sont étudiés ensuite avec un microphotomètre de Fabry et Buisson, suivant un procédé analogue à celui que Schilt utilise avec un microphotomètre à thermopile [3]. On éclaire, sur la plaque, un cercle dont le diamètre est à peine supérieur à celui de l'image de l'étoile la plus brillante, et l'on construit, pour chaque cliché, une courbe d'étalonnage, en portant en abscisses les magnitudes de plusieurs étoiles de comparaison, en ordonnées les lectures correspondantes du microphotomètre. Pour que la méthode soit précise, il faut que les mesures ne portent que sur de faibles différences de magnitude et que le diamètre du cercle éclairé soit convenablement choisi.

J'ai utilisé 5 étoiles de comparaison voisines de la variable, dont les magnitudes ont été déterminées par comparaison à la séquence polaire. L'une d'elles (BD + 35° 4197), suspecte de variabilité, a été éliminée par la suite.

II. L'éphéméride adoptée, en accord avec celle de Kukarkin [4], est

$$\text{Min. princ.} = \text{J. J. t. m. a. G. hélioc. } 2426509{,}465 + 0{,}717766\ \text{E}.$$

(1) Séance du 12 mars 1934.

(2) Schneller, *Astronomische Nachrichten*, 235, 1928, col. 85.

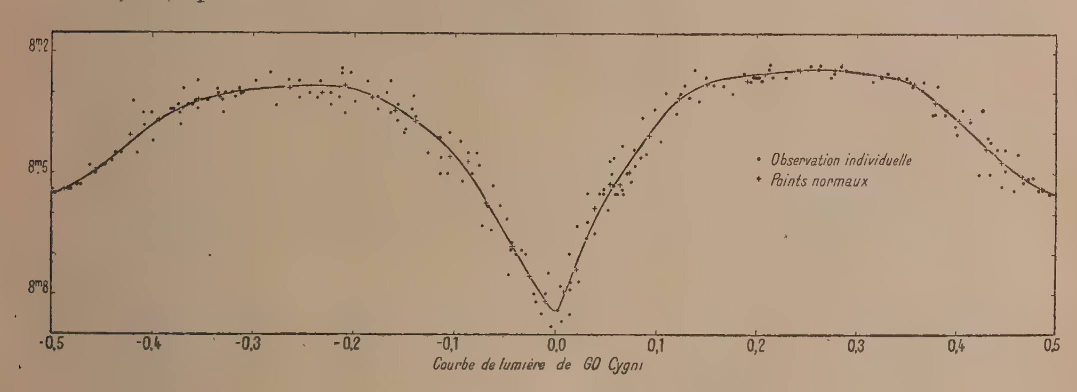
(3) J. Schilt, *Publ. Kaptein Astronomical Laboratory Groningen*, **32**, 1924, p. 1.

(4) B. W. Kukarkin, *Verein der Freuden der Physik und Astronomie, Nishni-Novgorod, Veränderliche Sterne Bulletin*, **2**, 1929, p. 26; **4**, 1932, p. 19.

La figure ci-dessous reproduit la courbe de lumière tracée parmi les observations individuelles, au nombre de 200. L'écart moyen des points par rapport à la courbe est $\pm$ 0,035 magn. Les deux maxima sont légèrement inégaux; on a, en effet,

$$Max_1 = 8^m,235; \quad min_1 = 8^m,845; \quad Max_2 = 8^m,280; \quad min_2 = 8^m,550.$$

III. Cette légère dissymétrie a été négligée pour déterminer les éléments du système double, par la méthode de Russell. On a groupé à cet effet toutes les observations sur une demi-période, en remplaçant les phases, $P > 0,5$ par $1 - P$.



Courbe de lumière de GO Cygni

L'orbite peut être considérée comme circulaire, les éclipses sont partielles, et la plus grande étoile paraît avoir la plus grande brillance. En utilisant à la fois la courbe de lumière obtenue ici et les données spectroscopiques publiées récemment par J. A. Pearce (1), on peut obtenir les dimensions absolues du système. Mais, comme il arrive souvent dans le cas des étoiles du type β Lyrae dont l'amplitude n'est pas très grande, ces éléments sont assez mal déterminés : on peut faire varier dans d'assez larges limites le rapport des grands axes des deux étoiles, sans cesser de représenter les observations d'une manière satisfaisante. Le tableau ci-après donne les deux meilleures solutions obtenues en supposant les disques des étoiles uniformément brillants (solutions U) ou, au contraire, complètement assombris vers les bords (solution D). Le rayon, la masse et la densité du Soleil sont pris comme unités :

---

(1) J. A. Pearce, *Journ. Royal Astronomical Society Canada*, 27, 1933, p. 62.

			Solution U.	Solution D.
Constante d'ellipticité z			0,240	0,240
Effet de phase $(c_2 - c_1)\sin i$			0,016	0,016
Rapport des axes de chaque étoile $b_1/a_1 = b_2/a_2$			0,868	0,868
Inclinaison de l'orbite i			77°21′	74°12′
Rapport des grands axes a_2/a_1			0,70	0,60
Rapport des brillances B_1/B_2			2,10	1,92
Rapport des intensités lumin. J_1/J_2			4,78	5,34
1/2 durée des éclipses			1 h. 50 m.	2 h. 6 m.
Étoile 1, Spectre B9n	grand axe a_1		1,72	2,05
	petit axe b_1		1,50	1,78
	masse m_1		1,05	1,10
	densité d_1		0,25	0,17
Étoile 2, Spectre A0	grand axe a_2		1,21	1,24
	petit axe b_2		1,05	1,07
	masse m_2		0,89	0,93
	densité d_2		0,62	0,71

Les masses de ces deux étoiles, peu différentes de celles du Soleil, sont faibles pour des étoiles blanches, et leurs densités relativement élevées.

CHALEUR. — *Sur le calcul des pertes de chaleur par les parois des moteurs, et plus généralement, sur divers phénomènes non adiabatiques.* Note de M. **Pierre Vernotte**, transmise par M. A. Cotton.

La conductivité des gaz est assurément fort petite ; aussi a-t-on l'habitude de faire intervenir avant tout, pour rendre compte de la propagation de la chaleur dans les gaz, les mouvements de convection qui amplifient les effets de la conduction.

Nous avons rappelé autrefois (¹) qu'il existait un cas où, dans un corps mauvais conducteur, pouvait pénétrer un très notable flux de chaleur : c'est lorsque, par suite d'un phénomène thermique très brusque, il apparaît une différence finie de température entre une paroi (conductrice pour fixer les idées) et la masse de l'isolant. Dans ces conditions, le flux de chaleur, infini théoriquement au début, est considérable pendant les premiers instants, et la quantité de chaleur qui a ainsi pénétré dans l'isolant (ou qui en est sortie), au bout d'un temps t très petit, et qui est *proportionnelle*

(¹) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 340.

non pas au temps, mais à sa racine carrée, est donnée par la formule $Q = 2SV_0\sqrt{kc\rho : \pi}\sqrt{t}$, S étant la surface de contact, k, c, ρ la conductivité, la chaleur spécifique et la densité de l'isolant, V_0 l'écart de température brusquement établi; le phénomène est localisé, au 1/100e près, dans une couche d'isolant d'épaisseur $l = 4\sqrt{k : c\rho}\sqrt{t}$.

Le même phénomène se manifeste dans les gaz, et nous allons en citer quelques exemples.

I. Dans d'anciennes expériences [1] qu'a confirmées récemment M. Tasseël, nous avions observé que l'air d'un grand caisson ayant été très rapidement refroidi de quelques degrés dans toute sa masse, par une détente préalable, le réchauffement spontané au contact des parois, déduit de l'observation au manomètre différentiel de l'accroissement de la pression, ne pouvait pas s'exprimer par une fonction exponentielle du temps, comme l'aurait voulu l'hypothèse d'un échange par convection entre paroi et gaz : le réchauffement était d'abord extrêmement rapide, et ne tendait que postérieurement vers une loi exponentielle.

Nous avons cherché à expliquer cet effet, par l'inertie mécanique des masses d'air qui doivent être mises en mouvement pour que puisse exister une convection, d'où, dans ce phénomène, une deuxième exponentielle à constante de temps beaucoup moins longue. Il faut certainement tenir compte de l'inertie dans la convection, mais le calcul précédent montre que, pendant les dix premières secondes, par le simple jeu de la conduction en air immobile, l'air du caisson a déja retrouvé le dixième de la chaleur perdue.

II. On sait depuis très longtemps que, si l'on bouche presque complètement avec le doigt un trou percé dans la paroi d'un récipient contenant de l'air comprimé, le jet d'air qui sort à grande vitesse brûle le doigt. Ce résultat est assez paradoxal, l'air comprimé étant, dans ce réservoir, à la température ordinaire; s'il acquiert de la vitesse aux dépens de sa pression, c'est en se refroidissant, et de quelque manière qu'on analyse le réchauffement sous le doigt, perte de force vive ou frottement, ce gaz ne peut pas se retrouver plus chaud qu'il n'était. L'explication réside dans ce fait que, malgré la très faible durée de la traversée de la paroi par le jet d'air, le jet, à cause de la loi en $\sqrt{t}$, a cependant le temps de se réchauffer très notablement à la paroi. Nous avons calculé par la formule indiquée, qu'un jet,

---

[1] *Expériences sur le refroidissement d'un corps chaud par un courant d'air.* Paris, Gauthier-Villars, 1933.

refroidi à 100°, traversant, à la vitesse de 100 m/sec, un trou de 1^{mm} de diamètre, percé dans une paroi de 1^{cm} d'épaisseur, la pression moyenne étant de 5 atmosphères, se réchauffe d'une quarantaine de degrés pendant le dix-millième de seconde que dure la traversée.

III. La détente de l'air comprimé, dans une tuyère à grande vitesse, doit être sensiblement adiabatique, le réchauffement de l'air au contact de la paroi étant localisé dans une couche très mince, de l'ordre du millimètre, puisque le contact avec la paroi ne dure qu'une très petite fraction de seconde, et que la convection, par ailleurs, n'a pas le temps de s'établir.

IV. Nous voulons surtout attirer l'attention sur le fait que les pertes de chaleur par la paroi, dans les cylindres des moteurs à explosion, résultent d'un simple phénomène de conduction pure dans les gaz portés brusquement par la combustion à une température extrêmement élevée, et en contact avec une paroi relativement froide, phénomène bref comme le cycle lui-même. Sans rapporter le détail du calcul, disons qu'en adoptant pour température de combustion des gaz le chiffre de 2500° K. trouvé par M. Doncescu dans un petit moteur d'expérience, et appliquant la formule au cas d'un moteur d'aviation, nous avons retrouvé les pertes par la paroi mesurées d'une façon directe sur ce moteur par M. Champsaur (¹).

La formule en $\sqrt{t}$ a pour conséquence générale que les pertes de chaleur ne dépendent pas beaucoup de leur durée, et que c'est pendant les premiers instants de la combustion que les pertes doivent être de beaucoup les plus élevées : M. Doncescu a trouvé effectivement, dans ses expériences non encore publiées, que la température des gaz n'augmente pas quand le moteur tourne plus vite, et que les pertes par la paroi, déduites des températures observées au cours de la détente et de l'analyse des phénomènes de dissociation, diminuent considérablement au cours de la détente.

L'explication assez curieuse que nous donnons de ces divers phénomènes montre en outre que, la convection n'intervenant pas, ils sont abordables par le calcul.

(¹) *Étude sur la transmission de la chaleur à l'eau de refroidissement dans un moteur.* Paris, Gauthier-Villars, 1932.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les moyennes de la théorie de Dirac.* Note (¹) de M. **Michel Loève**, présentée par M. Louis de Broglie.

I. Les moyennes de la mécanique ondulatoire établissent un lien entre les grandeurs dont elle traite et les grandeurs physiques classiques. On possède, en particulier, pour la mécanique ondulatoire non relativiste le théorème d'Ehrenfest (²) $m_0 \overline{d^2 x/dt^2} = \overline{f_x}$, ... Or, en mécanique ondulatoire relativiste (à 4Ψ) ce théorème ne s'applique plus. Mais si l'on se rapporte à la mécanique relativiste classique, on est conduit à supposer que ce théorème serait valable si l'on introduit l'impulsion $\vec{P} = \vec{p} + e\vec{A}/c$. Et, en effet, nous obtenons, dans la théorie de Dirac,

$$(1)\qquad \overline{\frac{d\vec{P}}{dt}} = -e\overline{\left(\vec{h} + \left[\frac{\vec{v}}{c}\cdot\vec{H}\right]\right)} = \overline{\vec{f}}, \qquad \overline{\frac{dP_4}{dt}} = \overline{\left(\frac{\vec{v}}{c}\cdot\vec{f}\right)} \qquad \text{où} \qquad P_4 = p_4 + \frac{eV}{c}.$$

II. D'une manière générale, dans quelle mesure peut-on rattacher les moyennes de la théorie de Dirac aux notions relativistes classiques ?

Ce problème a été résolu à l'approximation newtonienne et en l'absence de champ extérieur soit pour l'onde plane, soit pour le globule de Darwin (³). Nous nous posons la question pour la solution générale des équations de Dirac en absence de champ.

Nous obtenons, après transformation, la valeur moyenne d'une grandeur physique représentée par l'opérateur hermétique A sous la forme $\overline{A} = \overline{A}^{C} + \overline{A}^{D}$ où

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} \overline{A}^{C} &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{1}^{4}{}_k\, a_k^* A a_k + b_k^* A b_k\right) dp_x\, dp_y\, dp_z, \\ \overline{A}^{D} &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{1}^{4}{}_k\, a_k^* A b_k e^{-\frac{4\pi i}{h}Wt} + b_k^* A a_k^* e^{\frac{4\pi i}{h}Wt}\right) dp_x\, dp_y\, dp_z, \end{aligned}\right.$$

$\overline{A}^{D}$ est réelle, dépend de t; la fonction sous le signe $\int$ est, en général,

(¹) Séance du 19 mars 1934.

(²) L. de Broglie, *L'électron magnétique*, p. 81-82. Voir, pour toutes les notations en particulier, le Chapitre XVI.

(³) *Loc. cit.*, Chap. XIII et XIV.

une fonction sinusoïdale de fréquence $2W/h$ et, dans le cas de la vitesse, n'est autre chose que le tremblement de Schrödinger [1]. Ici, *le battement apparaît comme une caractéristique essentielle de toutes les grandeurs physiques* (excepté la charge) *de la théorie de Dirac*, due à la coexistence des énergies de signe contraire et ne disparaît que si les données initiales correspondent à l'une de ces deux sortes d'énergie seulement.

$\overline{A}^c$ pourrait être considérée comme la moyenne des valeurs de la grandeur physique correspondant chacune à un état dynamique connu, telle qu'elle se présenterait dans la théorie relativiste classique de l'électron magnétique. Mais à côté de celles-ci apparaissent des quantités analogues dues aux énergies négatives. D'autre part, l'intégration effectuée sur l'espace et non l'espace-temps peut faire apparaître, à cause de α_4, un facteur supplémentaire $\sqrt{1-\beta^2}$ sous le signe $\int$ [1].

Précisons ces idées sur quelques exemples :

1° La signification de la grandeur physique correspondant à la densité invariantive de la valeur moyenne

$$\Omega_2 = \sum_{k=1}^{4} \Psi_k^* \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \Psi_k$$

n'est pas connue. Or nous avons ici $\overline{A}^c = 0$. Donc, si l'on admet ce qui précède, cette grandeur n'est pas susceptible d'interprétation classique. D'autre part, les vibrations de tous les opérateurs de la théorie s'expriment en fonction de celle de cet opérateur-ci [2]. Il représente donc *une grandeur caractéristique de la théorie de Dirac sans correspondant classique*.

2° Nous n'écrirons que la partie de $\overline{A}^c$ qui correspond aux énergies positives

$$(3)\qquad \iiint_{-\infty}^{+\infty} \left(\mathcal{A} \sum_{1}^{4} a_k^* a_k \right) dp_x\, dp_y\, dp_z \qquad \text{avec} \qquad \mathcal{A} = \sum_{k=1}^{4} \frac{a_k^* A a_k}{a_k^* a_k}.$$

Nous obtenons pour les moments magnétique et électrique avec

$$(4)\quad \begin{cases} m_x = \mu \dfrac{-A^*B - B^*A}{A^*A + B^*B}, \qquad m_y = \mu \dfrac{iB^*A - iA^*B}{A^*A + B^*B}, \qquad m_z = \mu \dfrac{B^*B - A^*A}{A^*A + B^*B} \\ \qquad\qquad (\mu \text{ magnéton de Bohr}), \end{cases}$$

---

[1] *Loc. cit.*, pages 299 et précédentes ainsi que la page 302.

[2] AL. PROCA, *Annales de Physique*, 10e série, 20, 1933, p. 395. Voir ce Mémoire pour l'étude directe des opérateurs.

et

$$(5)\quad \vec{\mathfrak{M}} = \vec{m} - \frac{W}{W + m_0 c^2}\vec{\beta}(\vec{\beta}.\vec{m}), \qquad \vec{\mathfrak{T}} = [\vec{\beta}.\vec{m}] = [\vec{\beta}.\vec{\mathfrak{M}}] \quad \text{avec} \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{V}}{c}.$$

En négligeant les termes en β^2 et la partie non écrite, on retrouve des résultats connus ([1]). La valeur de $\vec{\mathfrak{T}}$ est celle de Frenkel (établie à partir des notions classiques). D'autre part,

$$(6)\qquad (\vec{\mathfrak{M}}.\vec{\mathfrak{T}}) = 0, \qquad \left(\frac{|\vec{\mathfrak{M}}|}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 - \left(\frac{|\vec{\mathfrak{T}}|}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 = |\vec{m}|^2 = \mu^2,$$

$$(7)\qquad \vec{\mathfrak{M}} = \vec{m}\sqrt{\frac{1-\beta^2}{1-\beta'^2}} \quad \text{avec} \quad (\vec{\beta'}.\vec{m}) = 0.$$

3° Pour le spin nous obtenons

$$(8)\qquad \vec{S} = -\frac{m_0 c}{e}\left[\frac{m_0 c^2}{W}\vec{m} + \frac{W}{W + m_0 c^2}\vec{\beta}(\vec{\beta}.\vec{m})\right], \qquad S_4 = \frac{m_0 c}{e}(\vec{\beta}.\vec{m}),$$

d'où, pour un mouvement quasi stationnaire ([1]),

$$\vec{S} = -\frac{m_0 c}{e}\vec{m},$$

(8) montre comment se séparent les directions de $\vec{\mathfrak{M}}$ et de $\vec{S}$ dans le cas général.

ÉLECTRICITÉ. — *Remarques sur la capacité propre des bobines.* Note ([2]) de MM. **P.-L. Cassou** et **J. Cayrel**, présentée par M. Paul Janet.

Malgré les beaux travaux de Drude ([3]), de Fleming ([4]) et de Seibt ([5]) sur les solénoïdes, la complexité de la notion de *capacité propre* appliquée à une bobine demeure le plus souvent inaperçue. Les importantes restrictions qu'il convient d'apporter de ce point de vue à l'assimilation classique des bobines aux antennes sont exposées ci-après.

1. *Étude expérimentale de la capacité effective d'une bobine cylindrique à*

([1]) *Loc. cit.*, Chap. XIII et XIV.

([2]) Séance du 12 mars 1934.

([3]) *Ann. der Phys.*, 9, 1902, p. 293.

([4]) *Principes de la Télégraphie par ondes électriques* (Londres), 1906, p. 251.

([5]) *E. T. Z.*, 4, 1902, p. 411.

une couche en fonction de sa longueur. — Nous avons étudié plusieurs bobines de longueurs différentes l et de même diamètre ($D = 85^{mm}$) obtenues en enroulant à spires jointives sur un tube de bakélite du fil isolé sous coton ($d = 0^{mm},6$).

a. On excite *par choc* chaque bobine sur sa longueur d'onde propre λ_0 à l'aide d'une spire inductrice *médiane* traversée par le courant d'un buzzer shunté et l'on mesure λ_0 à l'aide d'un ondemètre récepteur *très faiblement couplé* avec la bobine.

b. On mesure ensuite la self L de chaque bobine à l'aide d'un contrôleur d'ondes par la méthode dite à λ constant.

Soient L*e* et C*e* les self et capacité effectives correspondant à l'onde fondamentale λ_0 ; on a

$$\lambda_0 = 2\pi\Omega\sqrt{LeCe}, \tag{1}$$

$$Le = \frac{2}{\pi}L. \tag{2}$$

De ces deux relations, on tire la capacité propre

$$Ce = \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2\Omega^2 Le}. \tag{3}$$

Le tableau ci-dessous donne λ_0, L*e* et C*e* en fonction de la longueur *l*.

	l (millimètres).	λ_0 (mètres).	L*e* (millihenrys).	C*e* (μF.10^{-6}).
B_1	6,6	14,5	0,0056	10,9
B_2	15,5	25	0,025	6,87
B_3	37	40	0,091	4,95
B_4	84,5	69	0,32	4,23
B_5	142,5	89	0,56	3,93
B_6	197,5	107	0,81	3,93
B_7	430	173,5	2,10	4,02
B_8	1000	330	5,55	5,61
B_9	1430	440	8,05	6,85

On voit que C*e* *passe par un minimum* pour $l \# 2D$.

2. *Interprétation : Capacité homopolaire et capacité hétéropolaire d'une bobine.* — La capacité $C = Q/V$ d'un *conducteur unique* A isolé dans l'espace augmente avec les dimensions de ce conducteur.

La capacité d'un *condensateur* AB formé de deux armatures identiques possédant des charges égales et de signes contraires dépend :

1° de la capacité *intrinsèque* des armatures A et B;

2° de la capacité *mutuelle* C_A^B résultant de l'abaissement du potentiel de A par les charges négatives de B.

Selon que les conducteurs A *et* B *seront ou très éloignés ou très proches, la capacité du condensateur* AB *sera à peu près uniquement déterminée ou par le premier ou par le second facteur.*

Considérons une bobine vibrant en demi-onde. Ses deux moitiés OP, ON possédant à chaque instant des charges égales et de signes contraires peuvent être assimilées aux armatures d'un condensateur AB.

La capacité intrinsèque de la moitié positive OP (*capacité homopolaire*) est d'autant plus grande que le potentiel créé par les charges positives en P est plus petit, c'est-à-dire que *la demi-bobine est plus longue*.

Mais par ailleurs les charges négatives de la moitié ON abaissent le potentiel de la moitié positive OP, et ce, d'autant plus que les extrémités N et P de la bobine, où la densité de charge est maxima, sont plus rapprochées. Il en résulte un *accroissement* ΔC *de la capacité du système d'autant plus grand que la bobine est plus courte*. Nous donnerons à cet accroissement le nom de *capacité hétéropolaire* de la bobine.

On peut donc considérer la capacité effective comme la somme

$$C_e = C_{\text{hom}} + C_{\text{hét}}.$$

Quand l varie de 0 à ∞, C_{hom} varie de 0 à ∞ et $C_{\text{hét}}$ de ∞ à 0. L'existence du minimum de C_e se trouve donc expliquée [1].

Conclusions. — La capacité effective d'une bobine vibrant en demi-onde prend une forme simple :

1° dans le cas des bobines très longues où elle peut être assimilée à la capacité d'un conducteur unique isolé dans l'espace (capacité répartie de la théorie de Kirchhoff). On a alors

$$C_e = C_{\text{hom}} = \text{const.} \times l, \qquad L_e = \text{const.} \times l,$$

d'où

(I) $$\lambda_0 = \text{const.} \times l \qquad \text{(résultat classique)};$$

2° dans le cas des bobines très courtes où elle peut être assimilée à la capacité d'un condensateur à lame mince inversement proportionnelle à la

---

[1] L'existence de la capacité hétéropolaire en modifiant pour les bobines courtes la répartition de i le long de la bobine augmente L_e par rapport à la valeur $L \times 2/\pi$ que nous avons admise en première approximation, mais l'allure générale de la variation de C_e en fonction de l reste la même.

longueur de la bobine (¹),

$$C_e = C_{hét} = \frac{\text{const.}}{l}, \qquad L_e = \text{const.} \times l^2,$$

d'où

$$\text{(II)} \qquad \lambda_0 = \text{const.} \sqrt{l}.$$

PHYSIQUE. — *Pouvoir inducteur spécifique des solutions colloïdales.* Note [2] de MM. **T. Nanty** et **M. Valet**, transmise par M. V. Grignard.

Les auteurs ont imaginé un nouveau dispositif pour la détermination du pouvoir inducteur spécifique des solutions légèrement conductrices, sur lesquelles on ne peut faire de mesures qu'avec une capacité très faible, pour éviter de trop amortir les circuits de mesure.

Le nouveau dispositif utilise le pont de Wheatstone en haute fréquence avec un appareil de zéro d'une très grande sensibilité, ce qui est nécessaire quand on mesure les très faibles variations de pouvoir inducteur spécifique qu'on rencontre fréquemment chez les solutions colloïdales. Il se compose d'un amplificateur de haute fréquence à résonance à liaison self-capacités.

La différence de potentiel du pont est appliquée aux bornes d'une résistance de 1 mégohm insérée entre grille et cathode de la première lampe à écran.

Un circuit oscillant couplé avec le circuit de plaque de la dernière lampe comporte une détection par galène. L'intensité du courant détecté est mesurée par une suite de milliampèremètres de sensibilité croissante formant vernier. Chacun d'eux est mis en service quand le précédent a donné son indication.

Avec cet appareil la stabilité est parfaite, le point sensible se maintient plusieurs mois sans aucune retouche.

Le voltmètre amplificateur utilisé précédemment [3] présente une instabilité assez considérable qu'il n'a pas été possible d'éliminer.

L'amplificateur est entièrement blindé en cuivre rouge épais, pour le soustraire à toutes les perturbations provenant soit de l'extérieur, soit de l'émetteur lui-même.

Le réglage des condensateurs variables d'accord, dont le rotor est à la masse, se fait à l'aide d'un bouton unique.

(¹) En effet l'épaisseur du diélectrique est ici la somme des épaisseurs des isolants des spires.

(²) Séance du 26 mars 1934.

(³) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 883.

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *Sur l'action réciproque des ondes et des particules dans un champ constant.* Note de M. **Émile Sevin**, transmise par M. Ernest Esclangon.

Nous avons montré que, lorsqu'aucun champ extérieur n'agissait, l'état stationnaire des ondes électromagnétiques et des particules matérielles satisfaisait à l'équation de M. Schrödinger ([1]). Nous nous proposons aujourd'hui de traiter la même question quand il intervient un champ électromagnétique indépendant du temps.

Soient E l'énergie totale d'une particule, invariable en état stationnaire, ε sa charge, $\vec{v}$ sa vitesse et $(V, \vec{A})$ le potentiel qui caractérise le champ :

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + \varepsilon V,$$

d'où, en désignant par dT la variation de l'énergie cinétique,

$$(1) \qquad dT = -\varepsilon\, dV = \frac{m_0 v\, dv}{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Explicitons le processus physique qui entre en jeu et qui nous a conduit à la solution du problème en l'absence d'un champ ([2]). A cet effet, choisissons comme origine un instant où la particule émet une onde de structure; la période $\tau = \tau_0 \sqrt{1-\beta^2}$ de cette onde n'est autre que la période propre de la particule, et il est à considérer que, si elle varie avec l'énergie cinétique, elle reste par contre indépendante du potentiel $(V, \vec{A})$. Par ailleurs, si nous désignons par ν la fréquence du rayonnement électromagnétique étudié, pour un observateur se déplaçant avec la particule, sa fréquence apparente est

$$\nu_1 = \nu\left(1 - \frac{v + 1/2\, dv}{c}\right),$$

dv étant la variation de la vitesse de la particule au bout du temps $1/\nu_1$, et, à ce moment, celle-ci doit pouvoir émettre à nouveau une onde de structure.

Pour qu'il puisse en être ainsi, la première onde de structure doit se

([1]) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 980.

([2]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 986; *Gravitation, lumière et électromagnétisme*, 2e édition, p. 55.

présenter en phase favorable. Or, pendant le temps $1/\nu_1$, la particule parcourt une distance $(v + 1/2\, dv)/\nu_1$, et, pour un observateur accompagnant celle-ci, la période de la première onde de structure vaut

$$\tau_1 = \frac{\tau}{1 - \frac{v + 1/2\, dv}{c}} = \frac{\tau_0 \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v + 1/2\, dv}{c}};$$

il en résulte qu'il y aura résonance si l'on écrit que la distance $(v + 1/2\, dv)/\nu_1$ est égale à $c\tau_1$:

$$(2) \qquad \frac{v + 1/2\, dv}{\nu_1} = \frac{v + 1/2\, dv}{\nu\left(1 - \frac{v + 1/2\, dv}{c}\right)} = c\tau_1 = \frac{c\tau_0\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{v + 1/2\, dv}{c}}.$$

Tenant compte de ce que $h = m_0 c^2 \tau_0$, cette équation fournit l'expression

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{h\nu}{c} - \frac{1}{2}\frac{m_0\, dv}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

ou, d'après (1),

$$(3) \qquad \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{h\nu}{c} + \frac{\varepsilon}{2}\frac{1-\beta^2}{v}\, dV = \frac{h\nu}{c} + \frac{\varepsilon}{2}\frac{1-\beta^2}{v}\left(\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz\right).$$

Enfin, la relation (2) montrant que la distance franchie par la particule, pendant le temps $1/\nu_1$, vaut sensiblement $v/\nu(1-\beta)$, en portant cette grandeur dans (3) et en désignant par i, j, k les cosinus directeurs qui définissent l'orientation de la propagation, il vient :

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{h\nu}{c} + \frac{\varepsilon}{2}\frac{1+\beta}{\nu}\left(i\frac{\partial V}{\partial x} + j\frac{\partial V}{\partial y} + k\frac{\partial V}{\partial z}\right).$$

Pour que l'équation de M. Schrödinger soit applicable, il faut et il suffit que le terme entre parenthèses soit nul, ce qui implique que le champ qui agit doit être purement magnétique ou que la particule doit se déplacer sur une surface équipotentielle d'un champ électrique : dans ces deux cas, la vitesse de la particule demeure invariable et la fréquence de l'onde reste inchangée, le calcul s'achève comme en l'absence de l'intervention d'un champ, et l'on parvient à l'équation de M. Schrödinger en sa forme complète, étant entendu que, cette fois, l'énergie potentielle U vaut $\varepsilon V + m_0 c^2$.

Conclusions générales. — On retrouve ainsi les résultats auxquels nous sommes déjà parvenu, à savoir que les trajectoires des électrons dans les atomes, y compris celles qui concernent la structure fine, sont toutes quasi circulaires; les ondes qui résultent de la circulation des électrons en cause

sont de nature physique et constituent les champs magnétiques des atomes.

Lorsqu'on soumet des électrons libres à l'action d'un rayonnement électromagnétique de fréquence ν, c'est en général le phénomène de Compton que l'on observe; pour que l'état stationnaire du rayonnement et des électrons pût se manifester, il conviendrait de projeter ceux-ci artificiellement, dans la direction de la propagation du rayonnement, en leur communiquant des quantités de mouvement individuelles telles que $c/\nu = nh\sqrt{1-\beta^2}/m_0 v$, et il y a là une importante vérification expérimentale à tenter. Cependant, dans le domaine du rayonnement cosmique, l'état stationnaire est la règle, et cet état n'est pas modifié par l'influence du champ magnétique terrestre; l'équation de M. Schrödinger est valable, et cela signifie que, du fait de l'action réciproque des ondes et des particules, le champ magnétique terrestre dévie une partie du rayonnement électromagnétique primaire en même temps que les électrons du rayonnement secondaire.

MAGNÉTISME. — *Sur l'interprétation des propriétés paramagnétiques des alliages*. Note [1] de M. L. **Néel**, transmise par M. Pierre Weiss.

Une interprétation formelle des propriétés magnétiques des solutions solides entre métaux ferromagnétiques peut se baser sur les hypothèses suivantes : 1° les atomes des constituants conservent en solution leur individualité et leur moment magnétique : en principe, on peut donc distinguer les parts contributives $\mathcal{J}_A$ et $\mathcal{J}_B$ à l'aimantation totale $\mathcal{J}$ des constituants A et B; 2° la répartition des atomes est statistique : tous les atomes de la solution possèdent le même entourage; 3° l'action des atomes voisins d'un atome A est équivalente formellement à un champ magnétique *fictif* h_A, qui s'ajoute au champ extérieur et qui est la somme de deux termes, l'un proportionnel à $\mathcal{J}_A$ et l'autre à $\mathcal{J}_B$: $h_A = a\mathcal{J}_A + b\mathcal{J}_B$. De même, l'action des atomes voisins sur un atome B est équivalente à un champ fictif : $h_B = b'\mathcal{J}_A + c\mathcal{J}_b$; h_A et h_B peuvent être différents; a, b et c sont indépendants de la température et de la concentration. Une étude plus complète montre que $b' = b$.

Dans ces conditions, C_A et C_B étant les constantes de Curie atomiques, P et Q les concentrations atomiques des constituants A et B, la susceptibilité

(1) Séance du 26 mars 1934.

atomique χ_A de l'alliage est [1]

$$\frac{1}{\chi_A} = \frac{T^2 - T(PaC_A + QcC_B) + PQC_AC_B(ac - b^2)}{T(PC_A + QC_B) - PQC_AC_B(a + c - 2b)}, \tag{1}$$

a et C_A, c et C_B se déterminent au moyen des points de Curie et des constantes de Curie des constituants purs. Une seule constante d'interaction b représente les actions mutuelles entre les deux constituants. Pour un alliage, la droite de la loi de Curie-Weiss serait donc remplacée par une courbe. A première vue, ceci semble en désaccord avec les résultats de l'étude expérimentale des alliages ferromagnétiques qui obéissent à la loi de Weiss. Mais l'étude de la formule (1) montre toujours que, dans l'intervalle de température des mesures, les différences entre une droite moyenne et la courbe (1) sont inférieures aux erreurs d'expérience. Les droites observées ne sont que les tangentes au point de Curie et *les constantes de Curie correspondantes n'ont pas de signification simple*.

La première hypothèse, permanence du moment, n'est pas vérifiée pour un métal pur lorsque le réseau change. Je n'appliquerai donc ici la formule (1) que dans le système du cube à faces centrées. Il est très probable aussi qu'une modification du paramètre du réseau modifie les énergies d'interaction et par suite a, b et c. Les supposer constants ne peut constituer qu'une première approximation.

D'autre part, remplacer les interactions par un champ moléculaire revient à négliger *les effets de fluctuations*. Pour un ferromagnétique, ces effets n'intéressent qu'une région d'une centaine de degrés autour du point de Curie et sont en somme négligeables. La théorie doit donc s'appliquer particulièrement bien aux Ni-Co, dont les constituants possèdent des champs moléculaires positifs. Effectivement, la formule (1) représente, avec toute la précision des expériences, les résultats expérimentaux de Bloch sur les alliages Ni-Co (*Thèse Zürich*, 1912). Mais, pour un corps à champ moléculaire négatif, comme Fe_γ, les effets de fluctuation deviennent prépondérants puisqu'ils tranforment un paramagnétisme variable en paramagnétisme indépendant de la température : la formule (1) ne donne en effet que l'allure générale des variations des propriétés magnétiques des Ni-Fe_γ èt des Co-Fe_γ.

Pour un ferromagnétique pur, la constante d'interaction a est reliée à la constante de Curie et au point de Curie par la formule $\theta = aC$. Pour un

---

[1] Cf. Néel, *Ann. de Physique*, 17, 1932, p. 61.

paramagnétique constant (Mn ou Cr), la constante est donnée en fonction de la susceptibilité χ par la formule $a = -\lambda/\chi$; λ étant un coefficient numérique compris entre 0,5 et 1. En adoptant $\lambda = 0,75$ on aura, tout au moins, un ordre de grandeur. Enfin l'étude des alliages Fe_γ-Ni, Fe_γ-Co, Ni-Co permet d'évaluer trois autres constantes d'interaction entre métaux différents.

Il est intéressant, comme Slater et Stoner ([1]) l'ont fait sous une forme un peu différente, de rapprocher ces constantes d'interaction du rapport R de la distance de deux atomes voisins à la somme des rayons effectifs des couches incomplètes $3d$. Les valeurs de R ont été empruntées à Stoner. Les résultats sont relatifs à des états γ (cube à faces centrées). Le tableau montre que la constante d'interaction a varie très régulièrement en fonction de R.

	Cr-Cr.	Mn-Mn.	Fe_γ-Fe_γ.	Fe_γ-Co.	Fe_γ-Ni.	Co-Co.	Ni-Co.	Ni-Ni.
R.........	1,30	1,47	1,63	1,72	1,79	1,82	1,89	1,97
$a \times 10^{-5}$...	−1,75	−0,76	−0,06	0,42	0,93	0,73	1,17	1,19

Ces résultats constituent une extension et une confirmation des idées de Slater et de Stoner. Dans l'état γ, le passage du champ moléculaire négatif au champ moléculaire positif s'effectue pour une valeur de R voisine de 1,65.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur une méthode de mesure de l'adhérence des dépôts électrolytiques.* Note ([2]) de M. **P. Jacquet**, présentée par M. G. Urbain.

La mesure de l'adhérence des dépôts électrolytiques présente un intérêt considérable aussi bien au point de vue scientifique qu'au point de vue pratique. Pour l'apprécier on se contente en fait d'essais purement qualitatifs. Seule la méthode d'Ollard ([3]) permet des déterminations quantitatives, mais elle ne peut s'appliquer qu'à des dépôts très épais (au mini-

---

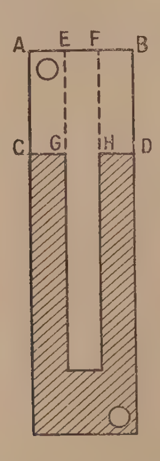
([1]) Slater, *Phys. Rev.*, 36, 1930, p. 57; Stoner, *Proc. Leeds Phil. Soc.*, 2, Part IX, 1933, p. 391.

([2]) Séance du 26 mars 1934.

([3]) Ollard, *Trans. Faraday Soc.*, 21, 1925-1926, p. 81.

mum $2^{mm},5$), ce qui en restreint beaucoup l'intérêt puisque l'on réalise le plus souvent des dépôts dont l'épaisseur est au maximum de quelques dixièmes de millimètres.

Le dépôt peut être séparé de son support s'il est détachable à l'une de ses extrémités. Ce résultat s'obtient au moyen d'un artifice basé sur l'emploi d'une couche de colloïde fixée par adsorption [1]. Soit par exemple à déterminer l'adhérence d'un dépôt de cuivre sur acier nickelé. Une plaquette d'acier mesurant $55^{mm} \times 15^{mm}$, convenablement dégraissée et décapée, est recouverte d'un dépôt électrolytique de nickel. Sur l'une des faces de la lame ainsi préparée on délimite au moyen d'un vernis une bande mesurant exactement 5^{mm} de largeur et 30^{mm} de longueur. Après un léger dégraissage électrolytique de toute la surface, la partie ABCD (voir figure) est plongée pendant quelques secondes dans une solution aqueuse de peptone



à $0^{g},5$ par litre; on lave ensuite abondamment sous courant d'eau, et la lame entière est placée comme cathode dans un bain de cuivrage renfermant par litre 250^{g} $SO^4Cu\,5H^2O$ et 100^{g} SO^4H^2 pendant le temps nécessaire pour obtenir l'épaisseur de cuivre désirée. Dans la partie ABCD du dépôt, soigneusement détachée (en limant les arêtes CA, AB et BD), on découpe une languette EFGH qui prolonge la bande de 5^{mm}. La lame étant maintenue horizontale et fixe, la languette dressée perpendiculairement au

---

(1) P. Jacquet, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 921.

support est serrée fortement dans une pince à l'extrémité de laquelle on adapte un plateau léger où l'on dispose des poids jusqu'à ce que la bande de cuivre se détache. Dans les cas où le poids nécessaire est supérieur à 2^{kg}, il convient d'utiliser un dispositif comportant un levier de façon à multiplier l'effort.

Ces mesures ne sont possibles que si le dépôt ne risque pas de se rompre. Dans le cas du cuivre déposé sur nickel, une épaisseur de dépôt de $0^{mm},30$ environ permet d'étudier systématiquement l'influence de divers facteurs.

Un grand nombre de mesures ont été effectuées par la méthode décrite ci-dessus. A titre d'exemple nous donnons dans le tableau suivant les résultats obtenus avec quatre pièces d'acier nickelées et cuivrées exactement dans les mêmes conditions. Le dépôt de nickel sur l'une des faces de chaque lame a été poli soigneusement et celui qui recouvre l'autre face conservé dans l'état où il se trouvait à la sortie du bain de nickelage.

	Adhérence moy. en grammes (¹).	
N° d'ordre.	Sur Ni mat.	Sur Ni poli.
36	8300	> 15000
37	10000	Id.
38	9450	Id.
39	8400	Id.

Les valeurs données dans ce tableau permettent de se rendre compte de l'ordre de grandeur des adhérences mesurées, et montrent que les écarts constatés atteignent au maximum 20 pour 100. L'expérience prouve que cette précision est suffisante pour une étude systématique.

(¹) Moyenne entre le poids qui commence le *détachage* et celui qui l'achève. Épaisseur du dépôt de cuivre $0^{mm},30$.

SPECTROSCOPIE. — *Application des spectres de diffusion (effet Raman) et d'absorption dans l'infrarouge à la distinction des cinq hexanes isomères.* Note (¹) de MM. **A. Andant**, **P. Lambert** et **J. Lecomte**, transmise par M. A. Cotton.

Les cinq carbures saturés aliphatiques en C^6 que l'on peut prévoir sont :

l'hexane normal.............. $CH^3 - CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH^2 - CH^3$

l'isohexane,.................. $\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \rangle CH - CH^2 - CH^2 - CH^3$

le méthyldiéthylméthane....... $CH^3 - CH \langle \begin{matrix} CH^2 - CH^3 \\ CH^2 - CH^3 \end{matrix}$

le triméthyléthylméthane...... $\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \rangle C - CH^2 - CH^3$

le diisopropyle............... $\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \rangle CH - CH \langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}$

La préparation et la purification de ces carbures ont été effectuées par M. A. Maman (²). Nous nous proposons de montrer que *l'étude simultanée des spectres d'absorption infrarouges (entre 1450 et 500 cm⁻¹) et des spectres de diffusion (effet Raman) relatifs à ces carbures (³) fait apparaître des différences très nettes entre ces isomères.*

En premier lieu, l'effet Raman, aussi bien que les spectres d'absorption dans l'infrarouge, nous ont permis de nous assurer que les produits examinés contenaient, dans une proportion supérieure à 99 pour 100, uniquement des carbures saturés aliphatiques. Ainsi, dans les premières fractions de l'hexane, nous avions pu reconnaître la présence, en petites quantités, de certaines matières premières (iodure de propyle ou alcool hexylique) qui avaient servi à sa préparation et qui se traduisaient dans le spectre par des bandes caractéristiques. En deuxième lieu, l'étude des spectres obtenus indique, ainsi que les méthodes de synthèse utilisées le laissaient prévoir, qu'il s'agit, dans chacun de ces produits, de corps purs et non de mélanges d'isomères.

(¹) Séance du 26 mars 1934.

(²) Voir plus bas, p. 1323.

(³) Pour les techniques expérimentales utilisées, voir A. Andant, *Publ. Sc. Ministère de l'Air*, fasc. n° 21; J. Lecomte et P. Lambert, *ibid.*, fasc. n° 34; J. Lecomte, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1011.

Tableau des fréquences observées (en cm^{-1}).

Hexane *n*		Iso-hexane		Méthyldiéthyl-méthane		Triméthyléthyl-méthane		Diisopropyle	
rarouge.	Raman.	infrarouge.	Raman.	infrarouge.	Raman.	infrarouge.	Raman.	infrarouge.	Raman.
(*)	322 f.		320 f.						
(*)	355 f.								
19 F.		732 F.	721 f.	740 m.	747 f.	724 f.	725 aF.	724 m.	737 F.
54 f.				778 F.		779 F.	760 f.		771 f.
04 f.	825 f.	815 aF.	808 F.	811 m.	810 F.				
		854 m.							
88 F.	900 F.	889 m.	890 f.	872 m.	875 f.	867 m.	874 m.	865 m.	850 f.
		914 f.		908 f.		911 F.	932 F.	915 m.	
66 aF.		952 aF.	950 F.	956 F.	950 F.	950 tf.	947 F.		945 F.
				975 F.		985 F.		988 f.	
		1012 f.			1014 F.	1012 F.			
24 aF.	1041 f.		1043 f.	1040 f.	1034 aF.	1064 f.	1057 f.	1042 aF.	1053 f.
28 m.						1123 F.		1132 F.	
	1150 f.	1143 F.	1150 F.	1141 F.	1158 F.		1143 F.		1150 F.
99 f.	1315 f.	1245 f.	1257 F.	1265 f.	1260 f.	1265 f.	1285 f.	1265 f.	1276 aF.
*		*	1308 f.	*	1322 aF.	*		*	1325 f.
*		*	1374 f.	*	1378 aF.	*	1397 f.	*	
*		*	1439 F.	*	1439 F.	*	1448 F.	*	1459 TF.
*	1452 TF.	*	1457 F.	*	1448 F.	*	1466 F.	*	
*	2865 TF.	*	2865 TF.	*	2870 TF.	*	2880 TF.	*	2865 TF.
*	2940 TF.	*	2950 TF.	*	2960 TF.	*	2970 TF.	*	2970 F.

(*) correspond à une région non explorée.

* On trouve, dans cette région, une très forte absorption, mais la dispersion du spectromètre n'était pas suffisante pour séparer les composantes.

On remarquera que, sur le tableau précédent, on ne retrouve pas, dans l'infrarouge, toutes les bandes prédites au moyen de l'effet Raman, et que, réciproquement, certaines bandes infrarouges n'apparaissent pas dans le spectre de diffusion. D'ailleurs, les intensités des bandes ne sont pas non plus comparables dans les deux phénomènes, ce qui engage à recommander l'emploi simultané des deux méthodes d'analyse.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre d'absorption de l'oxygène dans l'ultraviolet lointain.* Note (¹) de MM. **Daniel Chalonge** et **Étienne Vassy**, présentée par M. Ch. Fabry.

Au cours de recherches sur la transparence de l'atmosphère dans l'ultraviolet lointain faites à Lauterbrunnen et au Jungfraujoch, en août 1933, nous avons observé ce spectre qui n'avait jusqu'alors été obtenu qu'avec difficulté au laboratoire par Herzberg (²) et par Herman (³).

La méthode employée consiste à photographier à une distance variant entre 400^m et 6^{km} le spectre continu d'un tube à hydrogène. Le spectrographe utilisé est à optique de quartz et à prisme objectif. Au lieu d'un spectre filiforme, dont l'étude photométrique serait difficile et peu précise, nous obtenons un spectre de hauteur appréciable ($1^{mm},3$, en moyenne) grâce à l'artifice indiqué par Couder (⁴) : l'objectif de la chambre (achromat quartz-fluorine de 50^{cm} de distance focale) est incliné d'une quinzaine de degrés à partir de sa position normale autour de son diamètre parallèle à l'arête du prisme; comme il satisfait à la condition des sinus, les faisceaux qui, pour une position normale de l'objectif, viendraient converger aux diverses images monochromatiques de la source (qui, aux distances employées, est assimilable à un point), s'appuient sur deux focales. L'ensemble des focales tangentielles constitue un spectre que l'on recueille sur la plaque. L'inclinaison de la lentille est telle que l'obliquité des faisceaux tombant sur elle décroît vers les courtes longueurs d'onde : l'astigmatisme décroît en même temps et le spectre est moins étalé en hauteur pour les courtes longueurs d'onde ($0^{mm},7$ à 2400 Å) que pour les grandes (2^{mm} à 6500 Å). Le spectre obtenu est donc analogue à celui qu'un spectrographe ordinaire donnerait d'une source composée des mêmes radiations que celle employée mais plus riche en longueurs d'onde courtes : ce fait est particulièrement avantageux dans le cas présent, étant donné la plus grande absorption que subissent ces radiations de la part de l'atmo-

(¹) Séance du 26 mars 1934.

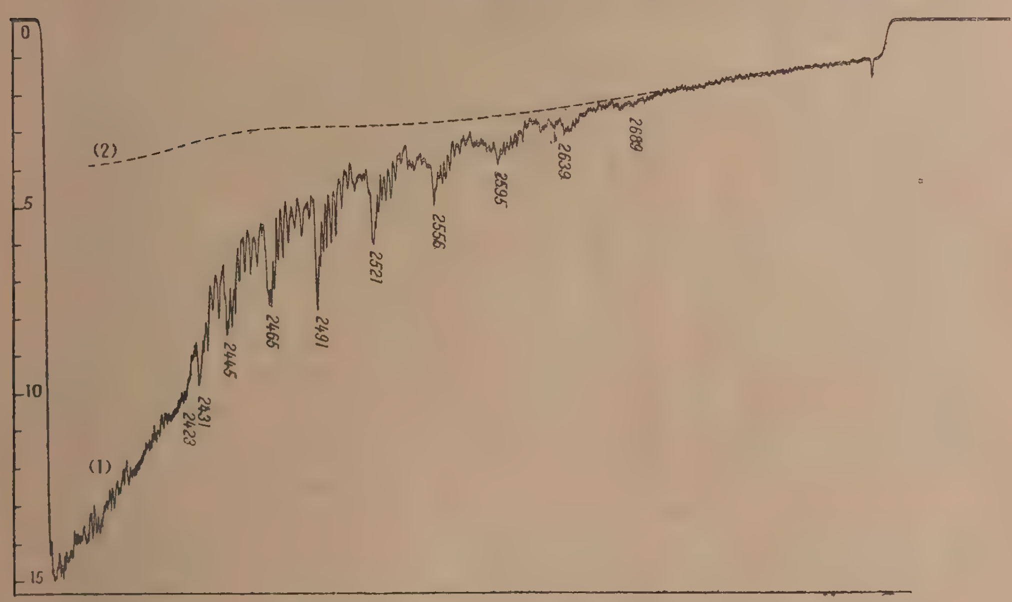
(²) *Naturw*, 20, 1932, p. 577.

(³) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1877. Herman a également observé, depuis, ce spectre dans l'atmosphère (*Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1342).

(⁴) Couder, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1199.

sphère. Le tube à hydrogène, de modèle ordinaire (¹), était alimenté par un courant de 150 mA et son rayonnement était condensé par une lentille quartz-fluorine de 60ᵐᵐ de diamètre. Dans ces conditions, il suffisait d'une pose de 30 secondes pour obtenir, à des distances comprises entre 1500ᵐ et 1900ᵐ, sur plaque Fulgur, un spectre présentant un très bon noircissement jusqu'à 2400 Å.

La figure représente en (1) l'enregistrement au microphotomètre d'un de



Spectre d'absorption de l'oxygène atmosphérique (1550ᵐ d'air; $p = 690^{mm}$).
Le zéro des ordonnées correspond à la transparence nulle.

ces spectres (distance 1550ᵐ, pression 690ᵐᵐ). Les longueurs d'onde des têtes de bandes sont inscrites sur la figure. Les bandes vont en se resserrant du côté des courtes longueurs d'onde et sont suivies par un spectre continu qui n'avait pas encore été observé mais dont Herzberg avait prévu l'existence. La longueur d'onde λ_l commune du point de convergence des bandes et de la limite théorique du spectre continu a été déterminée par la méthode de Birge : $\lambda_l = 2420$ Å. L'absorption d'une longueur d'onde plus courte est suivie de la dissociation de la molécule et le potentiel de dissociation est

(¹) CHALONGE et LAMBREY, *Revue d'Optique*, 8, 1929, p. 332.

$D = h/c\lambda_l = 5{,}09$ volts, valeur identique au potentiel de dissociation de la molécule d'oxygène à son état normal ($^3\Sigma_g^-$) en deux atomes d'oxygène normaux (^3P).

L'état initial de la transition est donc le niveau de vibration nulle de la molécule d'oxygène dans son état normal. De l'état final, on peut simplement dire que sa courbe d'énergie potentielle doit avoir : 1° une asymptote commune avec la courbe de l'état initial puisque les produits de dissociation des deux états sont les mêmes et 2° un minimum d'abscisse plus grande que celle du minimum de l'état initial puisque les bandes sont dégradées vers le rouge. La courbe (2) (calculée) représente le tracé que donnerait le microphotomètre si les seules causes d'affaiblissement du rayonnement étaient l'absorption par l'ozone et la diffusion. On voit que l'absorption de l'oxygène va en croissant vers les longueurs d'onde courtes et qu'elle est grande dans la région d'absorption continue : cela suggère que les transitions les plus probables doivent donner lieu à la dissociation. Les radiations quantifiées résulteraient de transitions moins probables, ce qui permettrait d'expliquer, au moins partiellement, leur faible intensité.

Le spectre observé par Finkelnburg et Steiner (1) dans l'oxygène comprimé semble être identique à celui que nous étudions : la plupart des triplets qu'ils signalent s'identifient très bien avec des groupes de raies bien visibles sur la figure.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les séries radioactives et la classification des éléments légers.* Note (2) de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les diverses expériences de transmutation des éléments ont montré la possibilité de réaliser un grand nombre de transformations complexes des noyaux pouvant être ordonnées en éléments de séries analogues aux séries radioactives. Cette analogie est renforcée si l'on remarque que les éléments susceptibles de transmutation, notamment par choc de rayons α, sont compris entre $Z = 3$ et $Z = 15$ et que les séries radioactives s'étendent de $Z = 81$ à $Z = 92$. On est donc conduit à essayer de classer les éléments légers suivant des séries homologues des séries radioactives.

Ceci se réalise facilement à partir des familles du thorium et du radium

(1) *Zts. f. Phys.*, 79 1932, p. 69.
(2) Séance du 19 mars 1934.

en attachant à chaque corps radioactif un élément léger, la correspondance se faisant régulièrement depuis les éléments 15 et 81 en ordre croissant pour les éléments radioactifs et en ordre décroissant pour les éléments légers, à une désintégration α correspondant une intégration α, à une désintégration β une désintégration avec émission de particules lourdes, demi-hélion, proton ou neutron.

La partie connue de la série de l'actinium permet de compléter la série des isotopes des éléments de $Z = 5$ à $Z = 15$. On peut alors au moyen des éléments légers restants compléter cette série sans ambiguïté et son allure est la même que celle des familles du radium et du thorium. La correspondance ainsi établie permet de fixer la chaîne de transformation de la partie supérieure de la série de l'actinium.

Les séries homologues ainsi obtenues sont :

Homologue de la famille du radium.

$^{4}\mathrm{He}_{1}$ — $^{8}\mathrm{Be}_{1}$ — $^{12}\mathrm{C}_{1}$ — $^{10}\mathrm{B}_{1}$ — $^{8}\mathrm{Be}_{2}$ — $^{12}\mathrm{C}_{3}$ — $^{16}\mathrm{O}_{2}$ — $^{20}\mathrm{Ne}$ — $^{24}\mathrm{Mg}$ — $^{28}\mathrm{Si}$ — $^{27}\mathrm{Al}_{1}$ — $^{26}\mathrm{Mg}_{2}$

$^{31}\mathrm{P}_{1}$ — $^{30}\mathrm{Si}_{2}$ — $^{27}\mathrm{Al}_{4}$ — $^{26}\mathrm{Mg}_{5}$ — $^{30}\mathrm{Si}_{5}$

Homologue de la famille du thorium.

$^{4}\mathrm{He}_{2}$ — $^{8}\mathrm{Be}_{2}$ — $^{12}\mathrm{C}_{2}$ — $^{16}\mathrm{O}_{1}$ — $^{14}\mathrm{N}$ — $^{13}\mathrm{C}$ — $^{17}\mathrm{O}$ — $^{21}\mathrm{Ne}$ — $^{25}\mathrm{Mg}$ — $^{29}\mathrm{Si}$ — $^{27}\mathrm{Al}_{2}$ — $^{26}\mathrm{Mg}_{3}$

$^{31}\mathrm{P}_{2}$ — $^{30}\mathrm{Si}_{3}$

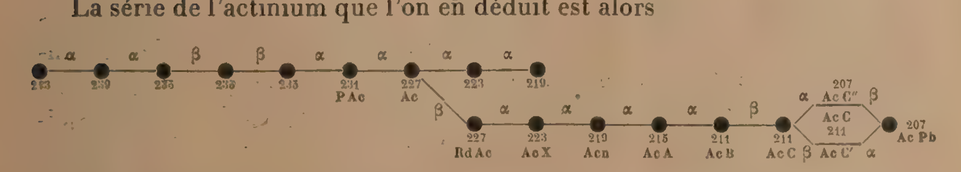
Homologue de la série de l'actinium.

$^{2}\mathrm{H}$ — $^{6}\mathrm{Li}$ — $^{10}\mathrm{B}_{2}$ — $^{9}\mathrm{Be}$ — $^{7}\mathrm{Li}$ — $^{11}\mathrm{B}$ — $^{15}\mathrm{N}$ — $^{19}\mathrm{F}$ — $^{23}\mathrm{Na}$

$^{14}\mathrm{C}$ — $^{18}\mathrm{O}$ — $^{22}\mathrm{Ne}$ — $^{26}\mathrm{Mg}_{1}$ — $^{30}\mathrm{Si}_{1}$ — $^{27}\mathrm{Al}_{3}$ — $^{26}\mathrm{Mg}_{4}$

$^{31}\mathrm{P}_{3}$ — $^{30}\mathrm{Si}_{4}$

La série de l'actinium que l'on en déduit est alors



On est amené à tenir compte de l'existence d'une fourche à partir de l'actinium, conduisant par l'intermédiaire de désintégrations α aux éléments inconnus 87 et 85 dont les masses seraient 223 et 219.

Les trois séries d'éléments légers contiennent tous les isotopes connus des corps légers de numéro $Z < 16$. Le seul isotope inconnu introduit est le carbone 14, correspondant à une anomalie de la série de l'actinium.

Il faut remarquer qu'un certain nombre d'éléments sont obtenus plusieurs fois avec la même masse dans la même famille ou dans des familles différentes. Conformément à la règle de construction donnée plus haut on est conduit à leur attribuer des énergies internes, d'où des stabilités différentes, l'isobare correspondant au corps radioactif le plus léger étant le plus stable.

Ce schéma de formation des éléments légers permet de formuler les lois des transmutations artificielles par action de rayon α :

1° si le corps formé par la fixation de la particule α figure dans la série du corps initial il y a fixation avec émission de rayonnement γ ;

2° si le corps formé ne figure pas dans la série le composé sera instable et se décomposera en émettant soit des protons, soit des neutrons et des positrons, de manière à obtenir un produit final appartenant à la série initiale.

C'est ainsi que l'on a par exemple, pour schémas des radioactivités avec

émission de positrons :

$$^{10}B + \alpha \rightarrow {}^{14}N \rightarrow {}^{12}C + \omega^2 + \varepsilon^+,$$

$$^{9}Be + \alpha \rightarrow {}^{13}C \rightarrow {}^{11}B + \omega^2 + \varepsilon^+,$$

$$^{27}Al + \alpha \rightarrow {}^{31}P \rightarrow {}^{30}Si + \omega + \varepsilon^+.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la préparation et quelques propriétés physico-chimiques de l'hexane et de ses isomères.* Note [1] de M. **Maman**, transmise par M. Cotton.

En vue d'obtenir des renseignements utiles sur la constitution des essences, nous avons entrepris, pour le Service des Recherches de l'Aéronautique, la préparation et l'étude des carbures acycliques saturés en C^6.

I. Préparation. — Nous avons recherché des méthodes comportant le moins possible de manipulations, fondées sur des réactions organiques bien établies, et donnant certainement un seul isomère en fin d'opérations.

1° *Hexane :*

$$\text{P. Eb}_{760} = 69°,5; \quad D_{20°} = 0,6583; \quad n^{20}_{589} = 1,37518;$$
$$n^{20}_{578} = 1,37570; \quad n^{20}_{546} = 1,37680; \quad n^{20}_{436} = 1,38343; \quad n^{20}_{405} = 1,38638.$$

a. Nous avons déshydraté de l'alcool hexylique normal et hydrogéné en phase vapeur, l'hexène obtenu, sur du nickel catalytique.

b. Nous avons électrolysé une solution aqueuse de butyrate de potassium pur.

2° *Isohexane :*

$$\text{P. Eb}_{760} = 60°,5; \quad D_{20°} = 0,6519; \quad n^{20}_{589} = 1,37170;$$
$$n^{20}_{578} = 1,37220; \quad n^{20}_{546} = 1,37327; \quad n^{20}_{436} = 1,37986; \quad n^{20}_{405} = 1,38279.$$

Nous avons condensé deux molécules d'iodure de méthyle-magnésium avec une molécule de butyrate d'éthyle. La déshydratation du diméthylpropylcarbinol formé a conduit à un mélange de carbures éthyléniques isomères (diméthyléthyléthylène et méthylpropyl-1.1-éthylène), que nous avons hydrogéné comme précédemment.

---

(1) Séance du 26 mars 1934.

3° *Méthyldiéthylméthane :*

P. $Eb_{760} = 62°,7$; $D_{20} = 0,6614$; $n^{20}_{589} = 1,37639$; $n^{20}_{578} = 1,37691$; $n^{20}_{546} = 1,37801$; $n^{20}_{436} = 1,38466$; $n^{20}_{405} = 1,38760$.

Nous avons condensé deux molécules d'iodure d'éthylmagnésium avec une molécule d'acétate d'éthyle. Le méthyldiéthylcarbinol obtenu est déshydraté et le mélange de carbures éthyléniques isomères formés (diéthyl-1.1-éthylène et méthyléthyl-1-méthyl-2-éthylène) est hydrogéné.

4° *Triméthyléthylméthane :*

P. $Eb_{760} = 52°,5$; $D_{20} = 0,6518$; $n^{20}_{589} = 1,37054$; $n^{20}_{578} = 1,37105$; $n^{20}_{546} = 1,37212$; $n^{20}_{436} = 1,37874$; $n^{20}_{405} = 1,38164$.

Nous avons traité la pinacoline par le pentabromure de phosphore, et transformé le dérivé dibromé cétonique ainsi obtenu en pseudobutylacétylène, par la potasse alcoolique. Nous avons alors hydrogéné ce carbure acétylénique.

5° *Diisopropyle :*

P. $Eb_{760} = 58°,2$; $D_{20} = 0,6591$; $n^{20}_{589} = 1,37471$; $n^{20}_{578} = 1,37522$; $n^{20}_{546} = 1,37630$; $n^{20}_{436} = 1,38296$; $n^{20}_{405} = 1,38586$.

Nous avons déshydraté de la pinacone sur du bisulfate de potassium fondu, et hydrogéné le diméthylbutadiène formé.

II. Propriétés physicochimiques. — MM. Chavanne et Simon ont montré tout l'intérêt qu'il y avait à utiliser les températures critiques de solubilité (T. C. S.) pour l'analyse d'une essence. MM. Aubert et Aubrée ont montré le parti que l'on pouvait tirer de leur détermination dans plusieurs solvants. Voici ce que nous avons obtenu pour les hexanes :

	Aniline.	Alcool benzylique.	Nitrobenzène.
Hexane	69°,2	50,6	21,3
Méthyldiéthylméthane	69	50,1	21,4
Isohexane	73,9	58,8	25,7
Diisopropyle	71,8	54,4	24,1
Triméthyléthylméthane	76,1	62,9	27,9

Les dispersions de réfraction qui, ainsi que M. Darmois l'a fait voir, permettent d'obtenir des renseignements utiles pour l'étude des carburants, se révèlent, comme il fallait s'y attendre, sensiblement constantes pour les hexanes.

Pour les diverses radiations envisagées, on a

$$\frac{n_{578}^{20} - n_{589}^{20}}{d} = 7,8 \times 10^{-4} \pm 0,1 \times 10^{-4};$$

$$\frac{n_{546}^{20} - n_{589}^{20}}{d} = 24,3 \times 10^{-4} \pm 0,3 \times 10^{-4};$$

$$\frac{n_{436}^{20} - n_{589}^{20}}{d} = 125,3 \times 10^{-4} \pm 0,3 \times 10^{-4};$$

$$\frac{n_{405}^{20} - n_{589}^{20}}{d} = 169,6 \times 10^{-4} \pm 0,6 \times 10^{-4}.$$

III. Les spectres Raman et d'absorption dans l'infrarouge de ces carbures ont été étudiés par MM. Andant, Lambert et Lecomte (1).

PHYSIOLOGIE. — *Réactions psychomotrices visuelles consécutives à une illumination intense de l'œil.* Note (2) de MM. **Jean Escher-Desrivières**, **Robert Faillie** et **Raymond Jonnard**, transmise par M. d'Arsonval.

Nous nous sommes proposé d'étudier les réactions psychomotrices visuelles de deux sujets, pendant les quelques minutes consécutives à l'extinction d'un projecteur d'automobile puissant qui avait illuminé fortement le plan de sa pupille pendant 30 secondes (6200 lux).

Nos essais ont été pratiqués soit en lumière blanche, soit en lumière sélective jaune, obtenue par interposition d'une glace totalement opaque au bleu spectral jusqu'à 5000 Å, et dont les coefficients de transmission pour 5200 et 5600 Å étaient respectivement de 0,40 et 0,78.

Nous avons constaté que, après extinction du projecteur, il peut exister une période de cécité totale. L'observateur apprécie ensuite le départ de l'aiguille du chronoscope, bien qu'il soit gêné par une image accidentelle. Enfin il arrive un moment où l'acuité visuelle est retrouvée, car il devient possible de lire les graduations du cadran.

Nous indiquons dans le tableau ci-après les temps de cécité complète, T_1, en secondes, et de restauration de l'acuité visuelle, T_2, notés au cours de 28 séries de déterminations.

---

(1) Voir plus haut, p. 1316.

(2) Séance du 19 mars 1934.

T_1 en blanc.	T_1 en jaune.	T_2 en blanc.	T_2 en jaune.
Observateur I.			
25 26 11 21	11 00 00	110 115 95	140 120 120 –
15 32 20 15	00 00 00	118 120 –	110 130 – –
Observateur II.			
40 00 00 00	00 00 00	110 115 110	95 100 110 110
15 00 00 00	00 00 00	110 90 95	105 100 115 –

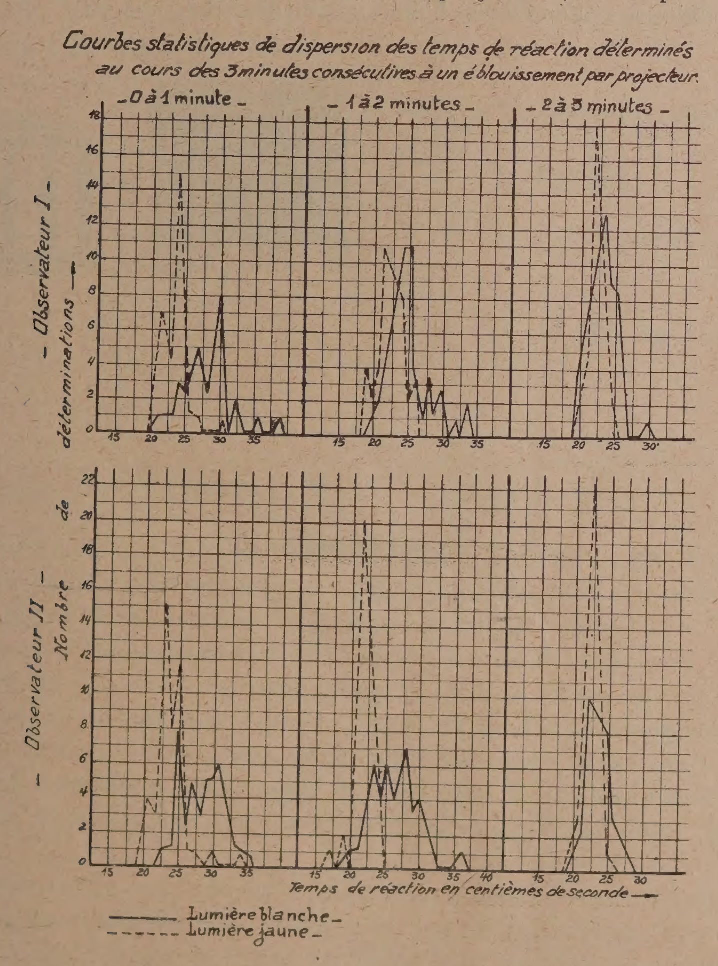
Nous publions les courbes de dispersion obtenues en portant en abscisses les temps de réaction en centièmes de secondes et en ordonnées le nombre de déterminations effectuées dans les intervalles 0 à 1 minute, 1 à 2 minutes, 2 à 3 minutes, à dater de l'extinction du projecteur.

Les temps de réactions normaux, en dehors de tout éblouissement des deux observateurs, étaient de 21,9 centièmes de secondes pour l'observateur I, 22 centièmes pour l'observateur II. Ces chiffres représentent la moyenne de 200 déterminations recueillies dans les conditions suivantes : éclairement sur le plan du cadran du chronoscope 14 lux. Le tableau suivant donne les temps de réactions visuelles et les écarts moyens dans les minutes consécutives à l'extinction du projecteur.

	Obs. I.		Obs. II.	
Temps.	Temps de réaction.	Écarts moyens.	Temps de réaction.	Écarts moyens.
Éclairage en lumière blanche.				
1 minute......	28,0	2,35	27,9	2,38
2 »	25,2	1,63	26,2	1,80
3 »	22,9	1,16	23,0	1,45
4 »	22,2	0,99	22,6	0,87
Éclairage en lumière jaune.				
1 minute......	23,7	1,68	23,9	1,59
2 »	22,4	1,20	22,1	0,92
»	22,4	0,86	22,2	0,84
4 »	22,1	0,63	22,6	0,77

On constate que le temps de cécité complète pour chaque observateur

est notable en lumière blanche, et généralement nul en lumière sélective jaune, alors que dans tous les cas le temps de restauration de l'acuité visuelle est resté sensiblement le même. D'autre part, dans l'intervalle de temps de 0 à 2 minutes après l'extinction du projecteur, les temps de réaction



en lumière blanche sont très irréguliers, notablement allongés et ne redeviennent normaux qu'à la fin de la troisième minute, tandis qu'en lumière sélective jaune, ils sont beaucoup plus réguliers et peu modifiés.

Ces faits permettent de penser que l'appréciation du mouvement de

l'aiguille du chronoscope ne dépend que fort peu de l'acuité visuelle mais surtout de l'intégrité de la région périforéale, et que l'utilisation d'une lumière jaune convenablement choisie permet une protection presque complète de cette région au cours d'éclairements suffisamment intenses pour produire des phénomènes d'éblouissement.

La séance est levée à $15^h 40^m$.

A. Lx.